

Matemática e Raciocínio Lógico-Matemático



Sumário

TRT 2

Números inteiros e racionais: operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação);.....	1
Expressões numéricas; múltiplos e divisores de números naturais; problemas. Frações e operações com frações.....	17
Números e grandezas proporcionais: razões e proporções; divisão em partes proporcionais; regra de três; porcentagem e problemas.	34
Estrutura lógica de relações arbitrárias entre pessoas, lugares, objetos ou eventos fictícios; deduzir novas informações das relações fornecidas e avaliar as condições usadas para estabelecer a estrutura daquelas relações.	69
Compreensão e elaboração da lógica das situações por meio de: raciocínio verbal, raciocínio matemático, raciocínio sequencial, orientação espacial e temporal, formação de conceitos, discriminação de elementos.....	95
Compreensão do processo lógico que, a partir de um conjunto de hipóteses, conduz, de forma válida, a conclusões determinadas.	128

Candidatos ao Concurso Público,

O Instituto Maximize Educação disponibiliza o e-mail professores@maxieduca.com.br para dúvidas relacionadas ao conteúdo desta apostila como forma de auxiliá-los nos estudos para um bom desempenho na prova.

As dúvidas serão encaminhadas para os professores responsáveis pela matéria, portanto, ao entrar em contato, informe:

- Apostila (concurso e cargo);

- Disciplina (matéria);

- Número da página onde se encontra a dúvida; e

- Qual a dúvida.

Caso existam dúvidas em disciplinas diferentes, por favor, encaminhá-las em e-mails separados. O professor terá até cinco dias úteis para respondê-la.

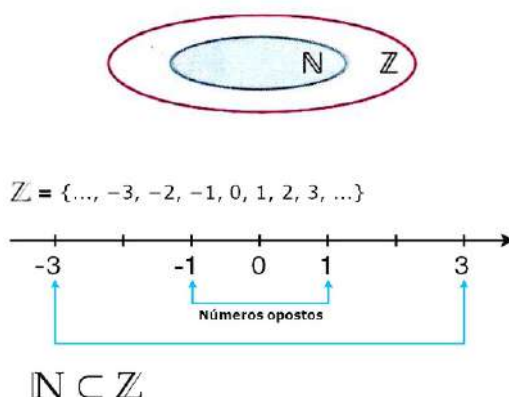
Bons estudos!



Caro(a) candidato(a), antes de iniciar nosso estudo, queremos nos colocar à sua disposição, durante todo o prazo do concurso para auxiliá-lo em suas dúvidas e receber suas sugestões. Muito zelo e técnica foram empregados na edição desta obra. No entanto, podem ocorrer erros de digitação ou dúvida conceitual. Em qualquer situação, solicitamos a comunicação ao nosso serviço de atendimento ao cliente para que possamos esclarecê-lo. Entre em contato conosco pelo e-mail: professores@maxieduca.com.br

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS – Z

Definimos o conjunto dos números inteiros como a reunião do conjunto dos números naturais $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$, o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Este conjunto é denotado pela letra Z (Zahlen = número em alemão).



O conjunto dos números inteiros possui alguns subconjuntos notáveis:

- O conjunto dos números inteiros **não nulos**:

$$Z^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\};$$

$$Z^* = Z - \{0\}$$

- O conjunto dos números inteiros **não negativos**:

$$Z_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Z_+ é o próprio conjunto dos números naturais: $Z_+ = N$

- O conjunto dos números inteiros **positivos**:

$$Z^*_+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

- O conjunto dos números inteiros **não positivos**:

$$Z_- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

- O conjunto dos números inteiros **negativos**:

$$Z^*_ - = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$$

Módulo: chama-se módulo de um número inteiro a distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo por $|\cdot|$.

O módulo de 0 é 0 e indica-se $|0| = 0$

O módulo de +7 é 7 e indica-se $|+7| = 7$

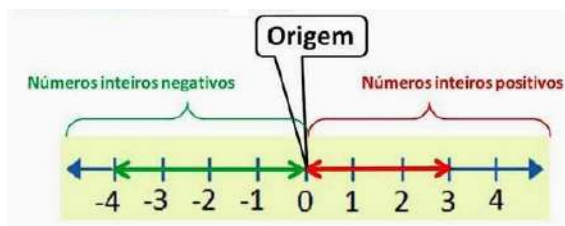
O módulo de -9 é 9 e indica-se $|-9| = 9$

O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

Números Opostos: Dois números inteiros são ditos opostos um do outro quando apresentam soma zero; assim, os pontos que os representam distam igualmente da origem.

Exemplo: O oposto do número 3 é -3, e o oposto de -3 é 3, pois $3 + (-3) = (-3) + 3 = 0$

No geral, dizemos que o oposto, ou simétrico, de a é $-a$, e vice-versa; particularmente o oposto de zero é o próprio zero.



Adição de Números Inteiros

Para melhor entendimento desta operação, associaremos aos números inteiros positivos a ideia de ganhar e aos números inteiros negativos a ideia de perder.

$$\text{Ganhar } 5 + \text{ganhar } 3 = \text{ganhar } 8 \quad (+5) + (+3) = (+8)$$

$$\text{Perder } 3 + \text{perder } 4 = \text{perder } 7 \quad (-3) + (-4) = (-7)$$

$$\text{Ganhar } 8 + \text{perder } 5 = \text{ganhar } 3 \quad (+8) + (-5) = (+3)$$

$$\text{Perder } 8 + \text{ganhar } 5 = \text{perder } 3 \quad (-8) + (+5) = (-3)$$

O sinal (+) antes do número positivo pode ser dispensado, mas o sinal (-) antes do número negativo nunca pode ser dispensado.

Subtração de Números Inteiros

A subtração é empregada quando:

- Precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra.

A subtração é a operação inversa da adição.

Observe que em uma subtração o sinal do resultado é sempre do maior número!!!

$$4 + 5 = 9$$

$$4 - 5 = -1$$

Considere as seguintes situações:

1 - Na segunda-feira, a temperatura de Monte Sião passou de +3 graus para +6 graus. Qual foi a variação da temperatura?

$$\text{Esse fato pode ser representado pela subtração: } (+6) - (+3) = +3$$

2 - Na terça-feira, a temperatura de Monte Sião, durante o dia, era de +6 graus. À Noite, a temperatura baixou de 3 graus. Qual a temperatura registrada na noite de terça-feira?

$$\text{Esse fato pode ser representado pela adição: } (+6) + (-3) = +3$$

Se compararmos as duas igualdades, verificamos que $(+6) - (+3)$ é o mesmo que $(+6) + (-3)$.

Temos:

$$(+6) - (+3) = (+6) + (-3) = +3$$

$$(+3) - (+6) = (+3) + (-6) = -3$$

$$(-6) - (-3) = (-6) + (+3) = -3$$

Daí podemos afirmar: Subtrair dois números inteiros é o mesmo que adicionar o primeiro com o oposto do segundo.

Fique Atento: todos parênteses, colchetes, chaves, números, ..., entre outros, precedidos de sinal negativo, tem o seu sinal invertido, ou seja, é dado o seu oposto.

Multiplicação de Números Inteiros

A multiplicação funciona como uma forma simplificada de uma adição quando os números são repetidos. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos ganhando repetidamente alguma quantidade, como por exemplo, ganhar 1 objeto por 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e está repetição pode ser indicada por um x , isto é: $1 + 1 + 1 \dots + 1 + 1 = 30 \times 1 = 30$

Se trocarmos o número 1 pelo número 2, obteremos: $2 + 2 + 2 + \dots + 2 + 2 = 30 \times 2 = 60$

Se trocarmos o número 2 pelo número -2, obteremos: $(-2) + (-2) + \dots + (-2) = 30 \times (-2) = -60$

Observamos que a multiplicação é um caso particular da adição onde os valores são repetidos.

Na multiplicação o produto dos números a e b , pode ser indicado por $a \times b$, $a \cdot b$ ou ainda ab sem nenhum sinal entre as letras.

Divisão de Números Inteiros



- Divisão exata de números inteiros.

Veja o cálculo:

$$(-20) : (+5) = q \Rightarrow (+5) \cdot q = (-20) \Rightarrow q = (-4)$$

$$\text{Logo: } (-20) : (+5) = -4$$

Considerando os exemplos dados, concluímos que, para efetuar a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor.

Exemplo: $(+7) : (-2)$ ou $(-19) : (-5)$ são divisões que não podem ser realizadas em \mathbb{Z} , pois o resultado não é um número inteiro.

- No conjunto \mathbb{Z} , a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.

- Não existe divisão por zero.

- Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.

$$\text{Exemplo: } 0 : (-10) = 0 \quad \text{b) } 0 : (+6) = 0 \quad \text{c) } 0 : (-1) = 0$$

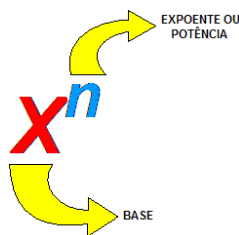
Regra de Sinais da Multiplicação e Divisão:

→ **Sinais iguais** $(+) (+)$; $(-) (-)$ = resultado sempre **positivo**.

→ **Sinais diferentes** $(+) (-)$; $(-) (+)$ = resultado sempre **negativo**.

Potenciação de Números Inteiros

A potência a^n do número inteiro a , é definida como um produto de n fatores iguais. O número a é denominado a *base* e o número n é o *expoente*. $a^n = a \times a \times a \times a \times \dots \times a$, a é multiplicado por a n vezes



Exemplos:

$$3^3 = (3) \times (3) \times (3) = 27$$

$$(-5)^5 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = -3125$$

$$(-7)^2 = (-7) \times (-7) = 49$$

$$(+9)^2 = (+9) \times (+9) = 81$$

- Toda potência de **base positiva** é um número **inteiro positivo**.

$$\text{Exemplo: } (+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$$

- Toda potência de **base negativa** e **expoente par** é um número **inteiro positivo**.

$$\text{Exemplo: } (-8)^2 = (-8) \cdot (-8) = +64$$

- Toda potência de **base negativa** e **expoente ímpar** é um número **inteiro negativo**.

Exemplo: $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

- Propriedades da Potenciação:

1) Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(-7)^3 \cdot (-7)^6 = (-7)^{3+6} = (-7)^9$

2) Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(-13)^8 : (-13)^6 = (-13)^{8-6} = (-13)^2$

3) Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(-8)^5]^2 = (-8)^{5 \cdot 2} = (-8)^{10}$

4) Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(-8)^1 = -8$ e $(+70)^1 = +70$

5) Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1.

Exemplo: $(+3)^0 = 1$ e $(-53)^0 = 1$

Radiciação de Números Inteiros

A raiz n -ésima (de ordem n) de um número inteiro a é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo* b que elevado à potência n fornece o número a . O número n é o índice da raiz enquanto que o número a é o radicando (que fica sob o sinal do radical).

A raiz quadrada (de ordem 2) de um número inteiro a é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo* que elevado ao quadrado coincide com o número a .

Atenção: **Não existe a raiz quadrada** de um **número inteiro negativo** no conjunto dos números inteiros.

Erro comum: Frequentemente lemos em materiais didáticos e até mesmo ocorre em algumas aulas aparecimento de:

$$\sqrt{9} = \pm 3, \text{ mas isto está errado. O certo é: } \sqrt{9} = +3$$

Observamos que não existe um número inteiro não negativo que multiplicado por ele mesmo resulte em um número negativo.

A raiz cúbica (de ordem 3) de um número inteiro a é a operação que resulta em outro número inteiro que elevado ao cubo seja igual ao número a . Aqui não restringimos os nossos cálculos somente aos números não negativos.

Exemplos:

(a) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.

(b) $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$.

(c) $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$.

(d) $\sqrt[3]{-27} = -3$, pois $(-3)^3 = -27$.

Observação: Ao obedecer à regra dos sinais para o produto de números inteiros, concluímos que:

(1) Se o índice da raiz for par, não existe raiz de número inteiro negativo.

(2) Se o índice da raiz for ímpar, é possível extrair a raiz de qualquer número inteiro.

Propriedades da Adição e da Multiplicação dos números Inteiros

Para todo a, b e $c \in \mathbb{Z}$

1) Associativa da adição: $(a + b) + c = a + (b + c)$

2) Comutativa da adição: $a + b = b + a$

3) Elemento neutro da adição: $a + 0 = a$

4) Elemento oposto da adição: $a + (-a) = 0$

5) Associativa da multiplicação: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

- 6) Comutativa da multiplicação: $a \cdot b = b \cdot a$
7) Elemento neutro da multiplicação: $a \cdot 1 = a$
8) Distributiva da multiplicação relativamente à adição: $a \cdot (b + c) = ab + ac$
9) Distributiva da multiplicação relativamente à subtração: $a \cdot (b - c) = ab - ac$
10) Elemento inverso da multiplicação: Para todo inteiro z diferente de zero, existe um inverso $z^{-1} = 1/z$ em Z , tal que, $z \times z^{-1} = z \times (1/z) = 1$
11) Fechamento: tanto a adição como a multiplicação de um número natural por outro número natural, continua como resultado um número natural.

Referências

IEZZI, Gelson – Matemática - Volume Único

IEZZI, Gelson - Fundamentos da Matemática – Volume 01 – Conjuntos e Funções

Questões

01. (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE EDUCACIONAL – VUNESP) Para zelar pelos jovens internados e orientá-los a respeito do uso adequado dos materiais em geral e dos recursos utilizados em atividades educativas, bem como da preservação predial, realizou-se uma dinâmica elencando “atitudes positivas” e “atitudes negativas”, no entendimento dos elementos do grupo. Solicitou-se que cada um classificasse suas atitudes como positiva ou negativa, atribuindo (+4) pontos a cada atitude positiva e (-1) a cada atitude negativa. Se um jovem classificou como positiva apenas 20 das 50 atitudes anotadas, o total de pontos atribuídos foi

- (A) 50.
- (B) 45.
- (C) 42.
- (D) 36.
- (E) 32.

02. (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM) Ruth tem somente R\$ 2.200,00 e deseja gastar a maior quantidade possível, sem ficar devendo na loja.

Verificou o preço de alguns produtos:

TV: R\$ 562,00

DVD: R\$ 399,00

Micro-ondas: R\$ 429,00

Geladeira: R\$ 1.213,00

Na aquisição dos produtos, conforme as condições mencionadas, e pagando a compra em dinheiro, o troco recebido será de:

- (A) R\$ 84,00
- (B) R\$ 74,00
- (C) R\$ 36,00
- (D) R\$ 26,00
- (E) R\$ 16,00

03. (BNDES – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – CESGRANRIO) Multiplicando-se o maior número inteiro menor do que 8 pelo menor número inteiro maior do que - 8, o resultado encontrado será

- (A) - 72
- (B) - 63
- (C) - 56
- (D) - 49
- (E) - 42

04. (SEPLAG - POLÍCIA MILITAR/MG - ASSISTENTE ADMINISTRATIVO - FCC) Em um jogo de tabuleiro, Carla e Mateus obtiveram os seguintes resultados:

Carla		Mateus	
1ª Partida	Ganhou 520 pontos	1ª Partida	Perdeu 280 pontos
2ª Partida	Perdeu 220 pontos	2ª Partida	Ganhou 675 pontos
3ª Partida	Perdeu 485 pontos	3ª Partida	Ganhou 295 pontos
4ª partida	Ganhou 635 pontos	4ª partida	Perdeu 115 pontos

Ao término dessas quatro partidas,

- (A) Carla perdeu por uma diferença de 150 pontos.
- (B) Mateus perdeu por uma diferença de 175 pontos.
- (C) Mateus ganhou por uma diferença de 125 pontos.
- (D) Carla e Mateus empataram.

05. (PREFEITURA DE PALMAS/TO – TÉCNICO ADMINISTRATIVO EDUCACIONAL – COPESE - UFT) Num determinado estacionamento da cidade de Palmas há vagas para carros e motos. Durante uma ronda dos agentes de trânsito, foi observado que o número total de rodas nesse estacionamento era de 124 (desconsiderando os estepes dos veículos). Sabendo que haviam 12 motos no estacionamento naquele momento, é CORRETO afirmar que estavam estacionados:

- (A) 19 carros
- (B) 25 carros
- (C) 38 carros
- (D) 50 carros

06. (CASA DA MOEDA) O quadro abaixo indica o número de passageiros num voo entre Curitiba e Belém, com duas escalas, uma no Rio de Janeiro e outra em Brasília. Os números positivos indicam a quantidade de passageiros que subiram no avião e os negativos, a quantidade dos que desceram em cada cidade.

Curitiba	+240
Rio de Janeiro	-194 +158
Brasília	-108 +94

O número de passageiros que chegou a Belém foi:

- (A) 362
- (B) 280
- (C) 240
- (D) 190
- (E) 135

07. (Pref.de Niterói) As variações de temperatura nos desertos são extremas. Supondo que durante o dia a temperatura seja de 45°C e à noite seja de -10°C , a diferença de temperatura entre o dia e noite, em $^{\circ}\text{C}$ será de:

- (A) 10
- (B) 35
- (C) 45
- (D) 50
- (E) 55

08. (Pref.de Niterói) Um trabalhador deseja economizar para adquirir a vista uma televisão que custa R\$ 420,00. Sabendo que o mesmo consegue economizar R\$ 35,00 por mês, o número de meses que ele levará para adquirir a televisão será:

- (A) 6
- (B) 8
- (C) 10
- (D) 12
- (E) 15

09. (Pref.de Niterói) Um estudante empilhou seus livros, obtendo uma única pilha 52cm de altura. Sabendo que 8 desses livros possui uma espessura de 2cm, e que os livros restantes possuem espessura de 3cm, o número de livros na pilha é:

- (A) 10
- (B) 15
- (C) 18
- (D) 20
- (E) 22

10. (FINEP – Assistente – Apoio administrativo – CESGRANRIO) Um menino estava parado no oitavo degrau de uma escada, contado a partir de sua base (parte mais baixa da escada). A escada tinha 25 degraus. O menino subiu mais 13 degraus. Logo em seguida, desceu 15 degraus e parou novamente. A quantos degraus do topo da escada ele parou?

- (A) 8
- (B) 10
- (C) 11
- (D) 15
- (E) 19

Respostas

01. Resposta: A.

$50 - 20 = 30$ atitudes negativas

$20 \cdot 4 = 80$

$30 \cdot (-1) = -30$

$80 - 30 = 50$

02. Resposta: D.

Geladeira + Micro-ondas + DVD = $1213 + 429 + 399 = 2041$

Geladeira + Micro-ondas + TV = $1213 + 429 + 562 = 2204$, extrapola o orçamento

Geladeira + TV + DVD = $1213 + 562 + 399 = 2174$, é a maior quantidade gasta possível dentro do orçamento.

Troco: $2200 - 2174 = 26$ reais

03. Resposta: D.

Maior inteiro menor que 8 é o 7

Menor inteiro maior que - 8 é o - 7.

Portanto: $7 \cdot (-7) = -49$

04. Resposta: C.

Carla: $520 - 220 - 485 + 635 = 450$ pontos

Mateus: $-280 + 675 + 295 - 115 = 575$ pontos

Diferença: $575 - 450 = 125$ pontos

05. Resposta: B.

Moto: 2 rodas

Carro: 4

$12 \cdot 2 = 24$

$124 - 24 = 100$

$100 / 4 = 25$ carros

06. Resposta: D.

$240 - 194 + 158 - 108 + 94 = 190$

07. Resposta: E.

$45 - (-10) = 55$

08. Resposta: D.

$420 : 35 = 12$ meses

09. Resposta: D.

São 8 livros de 2 cm: $8 \cdot 2 = 16$ cm

Como eu tenho 52 cm ao todo e os demais livros tem 3 cm, temos:

$52 - 16 = 36$ cm de altura de livros de 3 cm

$36 : 3 = 12$ livros de 3 cm

O total de livros da pilha: $8 + 12 = 20$ livros ao todo.

10. Resposta: E.

$$8 + 13 = 21$$

$$21 - 15 = 6$$

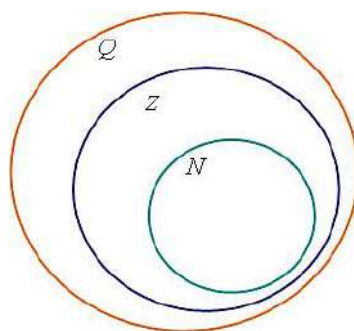
$$25 - 6 = 19$$

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS – Q

Um número racional é o que pode ser escrito na forma $\frac{m}{n}$, onde m e n são números inteiros, sendo que n deve ser diferente de zero. Frequentemente utilizamos m/n para significar a divisão de m por n .

Como podemos observar, números racionais podem ser obtidos através da razão entre dois números inteiros, razão pela qual, o conjunto de todos os números racionais é denotado por Q . Assim, é comum encontrarmos na literatura a notação:

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} : m \text{ e } n \text{ em } Z, n \text{ diferente de zero} \right\}$$



No conjunto Q destacamos os seguintes subconjuntos:

- Q^* = conjunto dos racionais *não nulos*;
- Q_+ = conjunto dos racionais *não negativos*;
- Q^*_+ = conjunto dos racionais *positivos*;
- Q_- = conjunto dos racionais *não positivos*;
- Q^*_- = conjunto dos racionais *negativos*.

Representação Decimal das Frações

Tomemos um número racional $\frac{p}{q}$, tal que p não seja múltiplo de q . Para escrevê-lo na forma decimal, basta efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

Nessa divisão podem ocorrer dois casos:

1º - O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, um número finito de algarismos. Decimais Exatos:

$$\frac{2}{5} = 0,4$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{35}{4} = 8,75$$

$$\frac{153}{50} = 3,06$$

2º - O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, infinitos algarismos (nem todos nulos), repetindo-se periodicamente Decimais Periódicos ou Dízimas Periódicas:

$$\frac{1}{3} = 0,333...$$

$$\frac{1}{22} = 0,04545...$$

$$\frac{167}{66} = 2,53030...$$

Existem frações muito simples que são representadas por formas decimais infinitas, com uma característica especial: existe um período.

Uma forma decimal infinita com período de UM dígito pode ser associada a uma soma com infinitos termos deste tipo:

$$0, \text{ bbbb} \dots = b \cdot \frac{1}{(10)^1} + b \cdot \frac{1}{(10)^2} + b \cdot \frac{1}{(10)^3} + b \cdot \frac{1}{(10)^4} \dots$$

Aproveitando o exemplo acima temos $0,333 \dots = 3 \cdot \frac{1}{10^1} + 3 \cdot \frac{1}{10^2} + 3 \cdot \frac{1}{10^3} + 3 \cdot \frac{1}{10^4} \dots$

Representação Fracionária dos Números Decimais

Trata-se do problema inverso: estando o número racional escrito na forma decimal, procuremos escrevê-lo na forma de fração. Temos dois casos:

1º Transformamos o número em uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e o denominador é composto pelo numeral 1, seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do número decimal dado:

$$0,9 = \frac{9}{10}$$

$$5,7 = \frac{57}{10}$$

$$0,76 = \frac{76}{100}$$

$$3,48 = \frac{348}{100}$$

$$0,005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$$

2º Devemos achar a fração geratriz da dízima dada; para tanto, vamos apresentar o procedimento através de alguns exemplos:

Exemplos:

1) Seja a dízima 0, 333....

Veja que o período que se repete é apenas 1 (formado pelo 3) → então vamos colocar um 9 no denominador e repetir no numerador o período.

$$\frac{3}{9} \text{ — número do período que se repete}$$

$$\frac{3}{9} \text{ — representa o número de dígitos do período}$$

Assim, a geratriz de 0,333... é a fração $\frac{3}{9}$.

2) Seja a dízima 5, 1717....

O período que se repete é o 17, logo dois noves no denominador (99). Observe também que o 5 é a parte inteira, logo ele vem na frente:

$$5 \frac{17}{99} \rightarrow \text{temos uma fração mista, transformando} \rightarrow (5 \cdot 99 + 17) = 512, \text{ logo : } \frac{512}{99}$$

Assim, a geratriz de 5,1717... é a fração $\frac{512}{99}$.

Neste caso para transformarmos uma dízima periódica simples em fração basta utilizarmos o dígito 9 no denominador para cada quantos dígitos tiver o período da dízima.

3) Seja a dízima 1, 23434...

O número 234 é a junção do ante período com o período. Neste caso temos um dízima periódica é composta, pois existe uma parte que não se repete e outra que se repete. Neste caso temos um ante período (2) e o período (34). Ao subtrairmos deste número o ante período(234-2), obtemos 232, o numerador. O denominador é formado por tantos dígitos 9 – que correspondem ao período, neste caso 99(dois noves) – e pelo dígito 0 – que correspondem a tantos dígitos tiverem o ante período, neste caso 0(um zero).



$$1\frac{232}{990} \rightarrow \text{temos uma fração mista, transformando } -a \rightarrow (1.990 + 232) = 1222, \text{ logo : } \frac{1222}{990}$$

Simplificando por 2, obtemos $x = \frac{611}{495}$, a fração geratriz da dízima 1, 23434...

Módulo ou valor absoluto: É a distância do ponto que representa esse número ao ponto de abscissa zero.



Exemplos:

1) Módulo de $-\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|-\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$

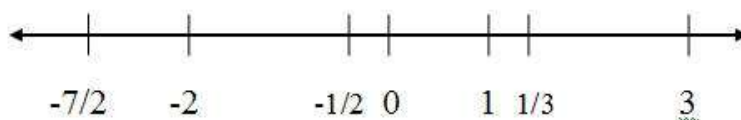
2) Módulo de $+\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|+\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$

Números Opostos: Dizemos que $-\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{2}$ são números racionais opostos ou simétricos e cada um deles é o oposto do outro. As distâncias dos pontos $-\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{2}$ ao ponto zero da reta são iguais.

Inverso de um Número Racional

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}, a \neq 0 = \left(\frac{b}{a}\right)^n, b \neq 0$$

Representação geométrica dos Números Racionais



Observa-se que entre dois inteiros consecutivos existem infinitos números racionais.

Soma (Adição) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos a adição entre os números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que a soma de frações, através de:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Subtração de Números Racionais

A subtração de dois números racionais p e q é a própria operação de adição do número p com o oposto de q , isto é: $p - q = p + (-q)$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Multiplicação (Produto) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos o produto de dois números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que o produto de frações, através de:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

O produto dos números racionais a/b e c/d também pode ser indicado por $a/b \times c/d$, $a/b.c/d$. Para realizar a multiplicação de números racionais, devemos obedecer à mesma regra de sinais que vale em toda a Matemática:

Podemos assim concluir que o produto de **dois números com o mesmo sinal é positivo**, mas o produto de **dois números com sinais diferentes é negativo**.

+	X	+	=	+
-	X	-	=	+
+	X	-	=	-
-	X	+	=	-

Propriedades da Adição e Multiplicação de Números Racionais

1) Fechamento: O conjunto Q é fechado para a operação de adição e multiplicação, isto é, a soma e a multiplicação de dois números racionais ainda é um número racional.

2) Associativa da adição: Para todos a, b, c em Q : $a + (b + c) = (a + b) + c$

3) Comutativa da adição: Para todos a, b em Q : $a + b = b + a$

4) Elemento neutro da adição: Existe 0 em Q , que adicionado a todo q em Q , proporciona o próprio q , isto é: $q + 0 = q$

5) Elemento oposto: Para todo q em Q , existe $-q$ em Q , tal que $q + (-q) = 0$

6) Associativa da multiplicação: Para todos a, b, c em Q : $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

7) Comutativa da multiplicação: Para todos a, b em Q : $a \times b = b \times a$

8) Elemento neutro da multiplicação: Existe 1 em Q , que multiplicado por todo q em Q , proporciona o próprio q , isto é: $q \times 1 = q$

9) Elemento inverso da multiplicação: Para todo $q = \frac{a}{b}$ em Q , q diferente de zero, existe :

$$q^{-1} = \frac{b}{a} \text{ em } Q: q \times q^{-1} = 1 \quad \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

10) Distributiva da multiplicação: Para todos a, b, c em Q : $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

Divisão (Quociente) de Números Racionais

A divisão de dois números racionais p e q é a própria operação de multiplicação do número p pelo inverso de q , isto é: $p \div q = p \times q^{-1}$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Potenciação de Números Racionais

A potência q^n do número racional q é um produto de n fatores iguais. O número q é denominado a base e o número n é o expoente.

$$q^n = q \times q \times q \times q \times \dots \times q, \quad (q \text{ aparece } n \text{ vezes})$$

Exemplos:

$$a) \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{125}$$

$$b) \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$$

Propriedades da Potenciação:

1) Toda potência com expoente 0 é igual a 1.

$$\left(+\frac{2}{5}\right)^0 = 1$$

2) Toda potência com expoente 1 é igual à própria base.

$$\left(-\frac{9}{4}\right)^1 = -\frac{9}{4}$$

3) Toda potência com expoente negativo de um número racional diferente de zero é igual a outra potência que tem a base igual ao inverso da base anterior e o expoente igual ao oposto do expoente anterior.

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

4) Toda potência com expoente ímpar tem o mesmo sinal da base.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$$

5) Toda potência com expoente par é um número positivo.

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$$

6) Produto de potências de mesma base. Para reduzir um produto de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e somamos os expoentes.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

7) Quociente de potências de mesma base. Para reduzir um quociente de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

8) Potência de Potência. Para reduzir uma potência de potência a uma potência de um só expoente, conservamos a base e multiplicamos os expoentes.

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+2+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3 \cdot 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 \quad \text{ou} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

Radiciação de Números Racionais

Se um número representa um produto de dois ou mais fatores iguais, então cada fator é chamado raiz do número.

Exemplos:

1) $\frac{1}{9}$ Representa o produto $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$ ou $\left(\frac{1}{3}\right)^2$. Logo, $\frac{1}{3}$ é a raiz quadrada de $\frac{1}{9}$.

Indica-se $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

2) 0,216 Representa o produto 0,6 . 0,6 . 0,6 ou $(0,6)^3$. Logo, 0,6 é a raiz cúbica de 0,216. Indica-se $\sqrt[3]{0,216} = 0,6$.

Um número racional, quando elevado ao quadrado, dá o número zero ou um número racional positivo. Logo, os números racionais negativos não têm raiz quadrada em Q.

O número $-\frac{100}{9}$ não tem raiz quadrada em Q, pois tanto $-\frac{10}{3}$ como $+\frac{10}{3}$, quando elevados ao quadrado, dão $\frac{100}{9}$.

Um número racional positivo só tem raiz quadrada no conjunto dos números racionais se ele for um quadrado perfeito.

O número $\frac{2}{3}$ não tem raiz quadrada em Q, pois não existe número racional que elevado ao quadrado dê $\frac{2}{3}$.

Referências

IEZZI, Gelson - Matemática - Volume Único

IEZZI, Gelson - Fundamentos da Matemática – Volume 1 – Conjuntos e Funções

<http://mat.ufrgs.br>

Questões

01. (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA) Na escola onde estudo, $\frac{1}{4}$ dos alunos tem a língua portuguesa como disciplina favorita, $\frac{9}{20}$ têm a matemática como favorita e os demais têm ciências como favorita. Sendo assim, qual fração representa os alunos que têm ciências como disciplina favorita?

- (A) $\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{3}{10}$
- (C) $\frac{2}{9}$
- (D) $\frac{4}{5}$
- (E) $\frac{3}{2}$

02. (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM) Dirce comprou 7 lapiseiras e pagou R\$ 8,30, em cada uma delas. Pagou com uma nota de 100 reais e obteve um desconto de 10 centavos. Quantos reais ela recebeu de troco?

- (A) R\$ 40,00
- (B) R\$ 42,00
- (C) R\$ 44,00
- (D) R\$ 46,00
- (E) R\$ 48,00

03. (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP) De um total de 180 candidatos, $\frac{2}{5}$ estudam inglês, $\frac{2}{9}$ estudam francês, $\frac{1}{3}$ estuda espanhol e o restante estuda alemão. O número de candidatos que estuda alemão é:

- (A) 6.
- (B) 7.
- (C) 8.
- (D) 9.
- (E) 10.

04. (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP) Em um estado do Sudeste, um Agente de Apoio Operacional tem um salário mensal de: salário-base R\$ 617,16 e uma gratificação de R\$ 185,15. No mês passado, ele fez 8 horas extras a R\$ 8,50 cada hora, mas precisou faltar um dia e foi descontado em R\$ 28,40. No mês passado, seu salário totalizou

- (A) R\$ 810,81.
- (B) R\$ 821,31.
- (C) R\$ 838,51.
- (D) R\$ 841,91.
- (E) R\$ 870,31.

05. (Pref. Niterói) Simplificando a expressão abaixo

Obtém-se $\frac{1,3333\dots + \frac{3}{2}}{1,5 + \frac{4}{3}}$:

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) 1
- (C) $\frac{3}{2}$
- (D) 2
- (E) 3

06. (SABESP – APRENDIZ – FCC) Em um jogo matemático, cada jogador tem direito a 5 cartões marcados com um número, sendo que todos os jogadores recebem os mesmos números. Após todos os jogadores receberem seus cartões, aleatoriamente, realizam uma determinada tarefa que também é sorteada. Vence o jogo quem cumprir a tarefa corretamente. Em uma rodada em que a tarefa era colocar os números marcados nos cartões em ordem crescente, venceu o jogador que apresentou a sequência

- (A) $-4; -1; \sqrt{16}; \sqrt{25}; \frac{14}{3}$
- (B) $-1; -4; \sqrt{16}; \frac{14}{3}; \sqrt{25}$
- (C) $-1; -4; \frac{14}{3}; \sqrt{16}; \sqrt{25}$
- (D) $-4; -1; \sqrt{16}; \frac{14}{3}; \sqrt{25}$
- (E) $-4; -1; \frac{14}{3}; \sqrt{16}; \sqrt{25}$

07. (Sabesp/SP – Agente de Saneamento Ambiental – FCC) Somando-se certo número positivo x ao numerador, e subtraindo-se o mesmo número x do denominador da fração $\frac{2}{3}$ obtém-se como resultado, o número 5. Sendo assim, x é igual a

- (A) $\frac{52}{25}$.
- (B) $\frac{13}{6}$.
- (C) $\frac{7}{3}$.
- (D) $\frac{5}{2}$.
- (E) $\frac{47}{23}$.

08. (SABESP – APRENDIZ – FCC) Mariana abriu seu cofrinho com 120 moedas e separou-as:

- 1 real: $\frac{1}{4}$ das moedas
- 50 centavos: $\frac{1}{3}$ das moedas
- 25 centavos: $\frac{2}{5}$ das moedas

– 10 centavos: as restantes

Mariana totalizou a quantia contida no cofre em

- (A) R\$ 62,20.
- (B) R\$ 52,20.
- (C) R\$ 50,20.
- (D) R\$ 56,20.
- (E) R\$ 66,20.

09. (PM/SE – SOLDADO 3ª CLASSE – FUNCAB) Numa operação policial de rotina, que abordou 800 pessoas, verificou-se que $\frac{3}{4}$ dessas pessoas eram homens e $\frac{1}{5}$ deles foram detidos. Já entre as mulheres abordadas, $\frac{1}{8}$ foram detidas.

Qual o total de pessoas detidas nessa operação policial?

- (A) 145
- (B) 185
- (C) 220
- (D) 260
- (E) 120

10. (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA) Quando perguntado sobre qual era a sua idade, o professor de matemática respondeu:

“O produto das frações $\frac{9}{5}$ e $\frac{75}{3}$ fornece a minha idade!”.

Sendo assim, podemos afirmar que o professor tem:

- (A) 40 anos.
- (B) 35 anos.
- (C) 45 anos.
- (D) 30 anos.
- (E) 42 anos.

Respostas

01. Resposta: B.

Somando português e matemática:

$$\frac{1}{4} + \frac{9}{20} = \frac{5+9}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

O que resta gosta de ciências:

$$1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

02. Resposta: B.

$$8,3 \cdot 7 = 58,1$$

Como recebeu um desconto de 10 centavos, Dirce pagou 58 reais

$$\text{Troco: } 100 - 58 = 42 \text{ reais}$$

03. Resposta: C.

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{9} + \frac{1}{3}$$

$$\text{Mmc}(3,5,9)=45$$

$$\frac{18+10+15}{45} = \frac{43}{45}$$

O restante estuda alemão: $\frac{2}{45}$

$$180 \cdot \frac{2}{45} = 8$$

04. Resposta: D.

$$\text{salário mensal: } 617,16 + 185,15 = 802,31$$

$$\text{horas extras: } 8,5 \cdot 8 = 68$$

$$\text{mês passado: } 802,31 + 68,00 - 28,40 = 841,91$$

Salário foi R\$ 841,91.

05. Resposta: B.

$$1,3333... = 12/9 = 4/3$$

$$1,5 = 15/10 = 3/2$$

$$\frac{4}{3} + \frac{3}{2} = \frac{17}{6} = 1$$
$$\frac{3}{2} + \frac{4}{3} = \frac{17}{6}$$

06. Resposta: D.

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\frac{14}{3} = 4,67$$

A ordem crescente é : -4 ; -1 ; $\sqrt{16}$; $\frac{14}{3}$; $\sqrt{25}$

07. Resposta B.

$$\frac{2+x}{3-x} = 5$$

$$15 - 5x = 2 + x$$

$$6x = 13$$

$$x = \frac{13}{6}$$

08. Resposta: A.

$$1 \text{ real: } 120 \cdot \frac{1}{4} = 30 \text{ moedas}$$

$$50 \text{ centavos: } \frac{1}{3} \cdot 120 = 40 \text{ moedas}$$

$$25 \text{ centavos: } \frac{2}{5} \cdot 120 = 48 \text{ moedas}$$

$$10 \text{ centavos: } 120 - 118 \text{ moedas} = 2 \text{ moedas}$$

$$30 + 40 \cdot 0,5 + 48 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,10 = 62,20$$

Mariana totalizou R\$ 62,20.

09. Resposta: A.

$$800 \cdot \frac{3}{4} = 600 \text{ homens}$$

$$600 \cdot \frac{1}{5} = 120 \text{ homens detidos}$$

Como $3/4$ eram homens, $1/4$ eram mulheres

$$800 \cdot \frac{1}{4} = 200 \text{ mulheres ou } 800 - 600 = 200 \text{ mulheres}$$

$$200 \cdot \frac{1}{8} = 25 \text{ mulhers detidas}$$

Total de pessoas detidas: $120 + 25 = 145$

10. Resposta: C.

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{75}{3} = \frac{675}{15} = 45 \text{ anos}$$



EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Expressões numéricas são todas sentenças matemáticas formadas por números, suas operações (adições, subtrações, multiplicações, divisões, potenciações e radiciações) e também por símbolos chamados de sinais de associação, que podem aparecer em uma única expressão.

Para resolvermos devemos estar atentos a alguns procedimentos:

1º) Nas expressões que aparecem as operações numéricas, devemos resolver as potenciações e/ou radiciações primeiramente, na ordem que elas aparecem e somente depois as multiplicações e/ou divisões (na ordem que aparecem) e por último as adições e subtrações também na ordem que aparecem.

Exemplos:

A) $10 + 12 - 6 + 7$ → primeiro resolvemos a adição e subtração em qualquer ordem

$$22 - 6 + 7$$

$$16 + 7$$

$$23$$

B) $15 \times 2 - 30 \div 3 + 7$ → primeiro resolveremos a multiplicação e a divisão, em qualquer ordem.

$30 - 10 + 7$ → Agora resolveremos a adição e subtração, também em qualquer ordem.

$$27$$

2º) Quando aparecem os sinais de associações os mesmos tem uma ordem a ser seguida. Primeiro, resolvemos os parênteses (), quando acabarem os cálculos dentro dos parênteses, resolvemos os colchetes []; e quando não houver mais o que calcular dentro dos colchetes { }, resolvemos as chaves.

→ Quando o sinal de **adição (+)** anteceder um parêntese, colchetes ou chaves, deveremos eliminar o parêntese, o colchete ou chaves, na ordem de resolução, reescrevendo os números internos com o seus sinais originais.

→ Quando o sinal de **subtração (-)** anteceder um parêntese, colchetes ou chaves, deveremos eliminar o parêntese, o colchete ou chaves, na ordem de resolução, reescrevendo os números internos com o seus sinais invertidos.

Exemplos:

A) $\{100 - 413 \times (20 - 5 \times 4) + 25\} : 5$ → Inicialmente devemos resolver os parênteses, mas como dentro dos parênteses há subtração e multiplicação, vamos resolver a multiplicação primeiro, em seguida, resolvemos a subtração.

$$\{100 - 413 \times (20 - 5 \times 4) + 25\} : 5$$

$$\{100 - 413 \times (20 - 20) + 25\} : 5$$

$$\{100 - 413 \times 0 + 25\} : 5$$

Eliminado os parênteses, vamos resolver as chaves, efetuando as operações seguindo a ordem.

$$\{100 - 413 \times 0 + 25\} : 5$$

$$\{100 - 0 + 25\} : 5$$

$$\{100 + 25\} : 5$$

$$125 : 5$$

$$25$$

B) $- 62 : (- 5 + 3) - [- 2 \cdot (- 1 + 3 - 1)^2 - 16 : (- 1 + 3)^2]$ → elimine os parênteses.

$- 62 : (- 2) - [- 2 \cdot (2 - 1)^2 - 16 : 2^2]$ → continue eliminando os parênteses.

$- 62 : (- 2) - [- 2 \cdot 1 - 16 : 2^2]$ → resolva as potências dentro do colchetes.

$- 62 : (- 2) - [- 2 \cdot 1 - 16 : 4]$ → resolva as operações de multiplicação e divisão nos colchetes.

$$- 62 : (- 2) - [- 2 - 4] =$$

$$- 62 : (- 2) - [- 6] = \text{elimine o colchete.}$$

$$- 62 : (- 2) + 6 = \text{efetue a potência.}$$

$$31 + 6 = 37$$

$$\text{C) } [(5^2 - 6 \cdot 2^2) \cdot 3 + (13 - 7)^2 : 3] : 5$$

$$[(25 - 6 \cdot 4) \cdot 3 + 6^2 : 3] : 5 =$$

$$[(25 - 24) \cdot 3 + 36 : 3] : 5 =$$

$$[1 \cdot 3 + 12] : 5 =$$

$$[3 + 12] : 5 =$$

$$15 : 5 = 3$$

$$\text{D) } [(10 - \sqrt[3]{125})^2 + (3 + 2^3 : 4)]^2$$

$$[(10 - 5)^2 + (3 + 8 : 4)]^2$$

$$[5^2 + (3 + 2)]^2$$

$$[25 + 5]^2$$

$$30^2$$

$$900$$

Expressões Numéricas com Frações

A ordem das operações para se resolver uma expressão numérica com fração, são as mesmas para expressões numéricas com números reais. Você também precisará dominar as principais operações com frações: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Um ponto que deve ser levado em conta é o m.m.c (mínimo múltiplo comum) entre os denominadores das frações, através da fatoração numérica.

Exemplos:

1) Qual o valor da expressão abaixo?

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$$

A) 7/16

B) 13/24

C) 1/2

D) 21/24

Resolvendo temos:

1º passo resolver as operações entre parênteses, depois a multiplicação:

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8}, \text{ como o denominador é o mesmo,}$$

$$\text{efetuamos a adição: } \frac{4}{8}, \text{ podemos simplificar: } \frac{1}{2}$$

Resposta: C

2) O resultado da expressão $3 \cdot \frac{9}{4} - \left\{ \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 + 2 \right] : \sqrt{\frac{4}{9}} \right\}$, em sua forma mais simples é:

A) 6/37

B) 37/12

C) 27/4

D) 22/6

Resolvendo:

Vamos resolver a multiplicação do início, a potenciação que está entre parênteses e a radiciação do final:

$$\frac{27}{4} - \left\{ \left[\frac{4}{9} + 2 \right] : \frac{2}{3} \right\}$$

Na sequência vamos resolver a operação entre colchetes:

$$\frac{27}{4} - \left\{ \left[\frac{4+18}{9} \right] : \frac{2}{3} \right\}, \text{ o mmc é } 9,$$

agora vamos efetuar a soma: $\frac{27}{4} - \left\{ \left[\frac{22}{9} \right] : \frac{2}{3} \right\}$

resolvendo a divisão, teremos: $\frac{27}{4} - \left\{ \frac{22}{9} \cdot \frac{3}{2} \right\}$

Lembrando que na divisão com frações conservamos a 1ª fração e multiplicamos pelo inverso da 2ª, podemos também simplificar o resultado:

$$\frac{27}{4} - \left\{ \frac{11}{3} \right\}$$

$$\frac{27}{4} - \frac{11}{3}, \text{ fazendo o } \text{mmc}(4,3) = 12,$$

$$\frac{3 \cdot 27 - 4 \cdot 11}{12} = \frac{81 - 44}{12} = \frac{37}{12}$$

Resposta: B.

Referência

<http://quimsigaud.tripod.com/expnumericas>

Questões

01. (MANAUSPREV – Analista Previdenciário – Administrativa – FCC) Considere as expressões numéricas, abaixo.

$$A = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 \quad \text{e} \quad B = 1/3 + 1/9 + 1/27 + 1/81 + 1/243$$

O valor, aproximado, da soma entre A e B é

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 1
- (D) 2,5
- (E) 1,5

02. (PREF. de ITABAIANA/SE – Técnico em Contabilidade – CONSULPLAN) Qual das expressões numéricas a seguir apresenta resultado correto?

- (A) $30 - 10 \times 2 + 4 \times 6 = 84$
- (B) $30 - 10 \times 2 + 4 \times 6 = 264$
- (C) $30 - 10 \times 2 + 4 \times 6 = 34$
- (D) $30 - 10 \times 2 + 4 \times 6 = 64$
- (E) $30 - 10 \times 2 + 4 \times 6 = 720$

03. (PREF. de TRAMANDAÍ/RS – Auxiliar Legislativo – OBJETIVA) Dadas as três expressões numéricas abaixo, é CORRETO afirmar que:

- (a) $2 + [(5 - 3) + 4] \times 2 + 3$
- (b) $13 - [5 \times (2 - 1) + 4 \times 2]$
- (c) $6 + 4 \times 2 \times (5 - 1) - 7$

- (A) $b < a < c$
- (B) $a < b < c$
- (C) $c < a < b$
- (D) $c < b < a$
- (E) $a < c < b$

01. Resposta: E.

Vamos resolver cada expressão separadamente:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \frac{16 + 8 + 4 + 2 + 1}{32} = \frac{31}{32}$$

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$

$$\frac{81 + 27 + 9 + 3 + 1}{243} = \frac{121}{243}$$

$$A + B = \frac{31}{32} + \frac{121}{243} = \frac{243 \cdot 31 + 32 \cdot 121}{7776}$$

$$\frac{7533 + 3872}{7776} = \frac{11405}{7776} = 1,466 \cong 1,5$$

02. Resposta: C.

$$30 - 10 \times 2 + 4 \times 6 =$$

$$30 - 20 + 24 =$$

$$10 + 24 = 34$$

03. Resposta: A.

$$2 + [(5 - 3) + 4] \times 2 + 3$$

$$2 + [2 + 4] \times 2 + 3$$

$$2 + 12 + 3 = 17$$

$$13 - [5 \times (2 - 1) + 4 \times 2]$$

$$13 - [5 \times 1 + 4 \times 2]$$

$$13 - [5 + 8]$$

$$13 - 13 = 0$$

$$6 + 4 \times 2 \times (5 - 1) - 7$$

$$6 + 4 \times 2 \times 4 - 7$$

$$6 + 32 - 7 = 31$$

Assim $0 < 17 < 31$.

$$b < a < c.$$

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Sabemos que $30 : 6 = 5$, porque $5 \times 6 = 30$.

Podemos dizer então que:

“30 é divisível por 6 porque existe um número natural (5) que multiplicado por 6 dá como resultado 30.”

Um número natural **a** é divisível por um número natural **b**, não-nulo, se existir um número natural **c**, tal que $c \cdot b = a$.

Ainda com relação ao exemplo $30 : 6 = 5$, temos que:

30 é múltiplo de 6, e 6 é divisor de 30.

Conjunto dos múltiplos de um número natural: É obtido multiplicando-se esse número pela sucessão dos números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...

Para acharmos o conjunto dos múltiplos de 7, por exemplo, multiplicamos por 7 cada um dos números da sucessão dos naturais:

$$\begin{aligned}7 \times 0 &= 0 \\7 \times 1 &= 7 \\7 \times 2 &= 14 \\7 \times 3 &= 21 \\7 \times 4 &= 28 \\7 \times 5 &= 35 \\&\vdots\end{aligned}$$

O conjunto formado pelos resultados encontrados forma o conjunto dos múltiplos de 7: $M(7) = \{0, 7, 14, 21, 28, \dots\}$.

Observações:

- Todo número natural é múltiplo de si mesmo.
- Todo número natural é múltiplo de 1.
- Todo número natural, diferente de zero, tem infinitos múltiplos.
- O zero é múltiplo de qualquer número natural.
- Os múltiplos do número 2 são chamados de números pares, e a fórmula geral desses números é $2k$ ($k \in \mathbb{N}$). Os demais são chamados de números ímpares, e a fórmula geral desses números é $2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$).

O mesmo se aplica para os números inteiros, tendo $k \in \mathbb{Z}$.

Critérios de divisibilidade

São regras práticas que nos possibilitam dizer se um número é ou não divisível por outro, sem efetuarmos a divisão.

Divisibilidade por 2: Um número é divisível por 2 quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8, ou seja, quando ele é par.

Exemplos

- 9656 é divisível por 2, pois termina em 6, e é par.
- 4321 não é divisível por 2, pois termina em 1, e não é par.

Divisibilidade por 3: Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é divisível por 3.

Exemplos

- 65385 é divisível por 3, pois $6 + 5 + 3 + 8 + 5 = 27$, e 27 é divisível por 3.
- 15443 não é divisível por 3, pois $1 + 5 + 4 + 4 + 3 = 17$, e 17 não é divisível por 3.

Divisibilidade por 4: Um número é divisível por 4 quando seus dois algarismos são 00 ou formam um número divisível por 4.

Exemplos

- 536400 é divisível por 4, pois termina em 00.
- 653524 é divisível por 4, pois termina em 24, e 24 é divisível por 4.
- 76315 não é divisível por 4, pois termina em 15, e 15 não é divisível por 4.

Divisibilidade por 5: Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

Exemplos

- 35040 é divisível por 5, pois termina em 0.
- 7235 é divisível por 5, pois termina em 5.
- 6324 não é divisível por 5, pois termina em 4.

Divisibilidade por 6: Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.

Exemplos

- 430254 é divisível por 6, pois é divisível por 2 e por 3 ($4 + 3 + 0 + 2 + 5 + 4 = 18$).

b) 80530 não é divisível por 6, pois não é divisível por 3 ($8 + 0 + 5 + 3 + 0 = 16$).

c) 531561 não é divisível por 6, pois não é divisível por 2.

Divisibilidade por 7: Um número é divisível por 7 quando o último algarismo do número, multiplicado por 2, subtraído do número sem o algarismo, resulta em um número múltiplo de 7. Neste, o processo será repetido a fim de diminuir a quantidade de algarismos a serem analisados quanto à divisibilidade por 7.

Exemplo

41909 é divisível por 7 conforme podemos conferir: $9 \cdot 2 = 18$; $4190 - 18 = 4172 \rightarrow 2 \cdot 2 = 4$; $417 - 4 = 413 \rightarrow 3 \cdot 2 = 6$; $41 - 6 = 35$; 35 é múltiplo de 7.

Divisibilidade por 8: Um número é divisível por 8 quando seus três últimos algarismos forem 000 ou formarem um número divisível por 8.

Exemplos

a) 57000 é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos são 000.

b) 67024 é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos formam o número 24, que é divisível por 8.

c) 34125 não é divisível por 8, pois seus três últimos algarismos formam o número 125, que não é divisível por 8.

Divisibilidade por 9: Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos formam um número divisível por 9.

Exemplos

a) 6253461 é divisível por 9, pois $6 + 2 + 5 + 3 + 4 + 6 + 1 = 27$ é divisível por 9.

b) 325103 não é divisível por 9, pois $3 + 2 + 5 + 1 + 0 + 3 = 14$ não é divisível por 9.

Divisibilidade por 10: Um número é divisível por 10 quando seu algarismo da unidade termina em zero.

Exemplos

a) 563040 é divisível por 10, pois termina em zero.

b) 246321 não é divisível por 10, pois não termina em zero.

Divisibilidade por 11: Um número é divisível por 11 quando a diferença entre a soma dos algarismos de posição ímpar e a soma dos algarismos de posição par resulta em um número divisível por 11 ou quando essas somas forem iguais.

Exemplos

- 43813:

a) 1° 3° 5° \Rightarrow Algarismos de posição ímpar. (Soma dos algarismos de posição ímpar: $4 + 8 + 3 = 15$.)

$4 \ 3 \ 8 \ 1 \ 3$

2° 4° \Rightarrow Algarismos de posição par. (Soma dos algarismos de posição par: $3 + 1 = 4$)

$15 - 4 = 11 \Rightarrow$ diferença divisível por 11. Logo 43813 é divisível por 11.

-83415721:

b) 1° 3° 5° 7° \Rightarrow (Soma dos algarismos de posição ímpar: $8 + 4 + 5 + 2 = 19$)

$8 \ 3 \ 4 \ 1 \ 5 \ 7 \ 2 \ 1$

2° 4° 6° 8° \Rightarrow (Soma dos algarismos de posição par: $3 + 1 + 7 + 1 = 12$)

$19 - 12 = 7 \Rightarrow$ diferença que não é divisível por 11. Logo 83415721 não é divisível por 11.

Divisibilidade por 12: Um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4 ao mesmo tempo.

Exemplos

a) 78324 é divisível por 12, pois é divisível por 3 ($7 + 8 + 3 + 2 + 4 = 24$) e por 4 (termina em 24).

- b) 652011 não é divisível por 12, pois não é divisível por 4 (termina em 11).
 c) 863104 não é divisível por 12, pois não é divisível por 3 ($8 + 6 + 3 + 1 + 0 + 4 = 22$).

Divisibilidade por 15: Um número é divisível por 15 quando é divisível por 3 e por 5 ao mesmo tempo.

Exemplos

- a) 650430 é divisível por 15, pois é divisível por 3 ($6 + 5 + 0 + 4 + 3 + 0 = 18$) e por 5 (termina em 0).
 b) 723042 não é divisível por 15, pois não é divisível por 5 (termina em 2).
 c) 673225 não é divisível por 15, pois não é divisível por 3 ($6 + 7 + 3 + 2 + 2 + 5 = 25$).

Fatoração numérica

Essa fatoração se dá através da decomposição em fatores primos. Para decompor um número natural em fatores primos, dividimos o mesmo pelo seu menor divisor primo, após pegamos o quociente e dividimos o pelo seu menor divisor, e assim sucessivamente até obtermos o quociente 1. O produto de todos os fatores primos representa o número fatorado.

Exemplo

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Divisores de um número natural

Vamos pegar como exemplo o número 12 na sua forma fatorada:

$$12 = 2^2 \cdot 3^1$$

O número de divisores naturais é igual ao produto dos expoentes dos fatores primos acrescidos de 1. Logo o número de divisores de 12 são:

$$\underbrace{2^2}_{(2+1)} \cdot \underbrace{3^1}_{(1+1)} \rightarrow (2+1) \cdot (1+1) = 3 \cdot 2 = 6 \text{ divisores naturais}$$

Para sabermos quais são esses 6 divisores basta pegarmos cada fator da decomposição e seu respectivo expoente natural que varia de zero até o expoente com o qual o fator se apresenta na decomposição do número natural.

Exemplo:

$$12 = 2^2 \cdot 3^1 \rightarrow 2^2 = 2^0, 2^1 \text{ e } 2^2 ; 3^1 = 3^0 \text{ e } 3^1, \text{ teremos:}$$

$$2^0 \cdot 3^0 = 1$$

$$2^0 \cdot 3^1 = 3$$

$$2^1 \cdot 3^0 = 2$$

$$2^1 \cdot 3^1 = 2 \cdot 3 = 6$$

$$2^2 \cdot 3^1 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$2^2 \cdot 3^0 = 4$$

O conjunto de divisores de 12 são: $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

A soma dos divisores é dada por: $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$

Observação

Para sabermos o conjunto dos divisores inteiros de 12, basta multiplicarmos o resultado por 2 (dois divisores, um negativo e o outro positivo).

Assim teremos que $D(12) = 6 \cdot 2 = 12$ divisores inteiros.

Questões

01. (Fuvest-SP) O número de divisores positivos do número 40 é:

- (A) 8
 (B) 6
 (C) 4
 (D) 2
 (E) 20

02. (Professor/Pref. Itaboraí) O máximo divisor comum entre dois números naturais é 4 e o produto dos mesmos 96. O número de divisores positivos do mínimo múltiplo comum desses números é:

- (A) 2
- (B) 4
- (C) 6
- (D) 8
- (E) 10

03. (Pedagogia/DEPEN) Considere um número divisível por 6, composto por 3 algarismos distintos e pertencentes ao conjunto $A=\{3,4,5,6,7\}$. A quantidade de números que podem ser formados sob tais condições é:

- (A) 6
- (B) 7
- (C) 9
- (D) 8
- (E) 10

04. (Pref.de Niterói) No número $a=3x4$, x representa um algarismo de a . Sabendo-se que a é divisível por 6, a soma dos valores possíveis para o algarismo x vale:

- (A) 2
- (B) 5
- (C) 8
- (D) 12
- (E) 15

05. (BANCO DO BRASIL/CESGRANRIO) Em uma caixa há cartões. Em cada um dos cartões está escrito um múltiplo de 4 compreendido entre 22 e 82. Não há dois cartões com o mesmo número escrito, e a quantidade de cartões é a maior possível. Se forem retirados dessa caixa todos os cartões nos quais está escrito um múltiplo de 6 menor que 60, quantos cartões restarão na caixa?

- (A) 12
- (B) 11
- (C) 3
- (D) 5
- (E) 10

06. (MP/SP – Auxiliar de Promotoria III – ZAMBINI) Na sequência matemática a seguir, os dois próximos números são

65 536 ; 16 384 ; 4 096 ; 1 024 ; _____ ; _____

- (A) 256 e 64
- (B) 256 e 128
- (C) 128 e 64
- (D) 64 e 32

07. (BRDE-RS) Considere os números abaixo, sendo n um número natural positivo.

- I) $10^n + 2$
- II) $2 \cdot 10^n + 1$
- III) $10^{n+3} - 10^n$

Quais são divisíveis por 6?

- (A) apenas II
- (B) apenas III
- (C) apenas I e III
- (D) apenas II e III
- (E) I, II e III

Respostas

01. Resposta: A.

Vamos decompor o número 40 em fatores primos.

$40 = 2^3 \cdot 5^1$; pela regra temos que devemos adicionar 1 a cada expoente:
 $3 + 1 = 4$ e $1 + 1 = 2$; então pegamos os resultados e multiplicamos $4 \cdot 2 = 8$, logo temos 8 divisores de 40.

02. Resposta: D.

Sabemos que o produto de MDC pelo MMC é:

MDC (A, B). MMC (A, B) = A.B, temos que MDC (A, B) = 4 e o produto entre eles 96, logo:

$4 \cdot \text{MMC (A, B)} = 96 \rightarrow \text{MMC (A, B)} = 96/4 \rightarrow \text{MMC (A, B)} = 24$, fatorando o número 24 temos:

$24 = 2^3 \cdot 3$, para determinarmos o número de divisores, pela regra, somamos 1 a cada expoente e multiplicamos o resultado:

$$(3 + 1) \cdot (1 + 1) = 4 \cdot 2 = 8$$

03. Resposta: D.

Para ser divisível por 6 precisa ser divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo, e por isso deverá ser par também, e a soma dos seus algarismos deve ser um múltiplo de 3.

Logo os finais devem ser 4 e 6:

354, 456, 534, 546, 564, 576, 654, 756, logo temos 8 números.

04. Resposta: E.

Para ser divisível por 6 precisa ser divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo. Um número é divisível por 3 quando a sua soma for múltiplo de 3.

$3 + x + 4 = \dots$. Os valores possíveis de x são 2, 5 e 8, logo $2 + 5 + 8 = 15$

05. Resposta: A.

Um número é divisível por 4 quando seus dois algarismos são 00 ou formam um número divisível por 4.

Vamos enumerar todos os múltiplos de 4: 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80 (15 ao todo).

Retirando os múltiplos de 6 menores que 60 temos: 24, 36 e 48 (3 ao todo)

Logo: $15 - 3 = 12$

06. Resposta: A.

Se dividimos 4096 por 1024, obtemos como resultado 4. Com isso percebemos que 4096 é o produto de 1024×4 , e $4096 \times 4 = 16384$. Então fica evidente que todos os números são múltiplos de 4. Logo para sabermos a sequência basta dividirmos $1024/4 = 256$ e $256/4 = 64$.

Com isso completamos a sequência: 256; 64.

07. Resposta: C.

$n \in \mathbb{N}$ divisíveis por 6:

	I)	II)	III)
N	$10^n + 2$	$2 \times 10^{n+1}$	$10^{n+3} - 10^n$
1	$10 + 2 = 12$	$20 + 1 = 21$	$10.000 - 10 = 9.990$
2	$100 + 2 = 102$	$200 + 1 = 201$	$100.000 - 100 = 99.900$
3	$1.000 + 2 = 1.002$	$2.000 + 1 = 2.001$	$1.000.000 - 1.000 = 999.000$
4	$10.000 + 2 = 10.002$	$20.000 + 1 = 20.001$	$10.000.000 - 10.000 = 9.990.000$

I) É divisível por 2 e por 3, logo é por 6. (Verdadeira)

II) Os resultados são ímpares, logo não são por 2. (Falsa)

III) É Verdadeira, pela mesma razão que a I

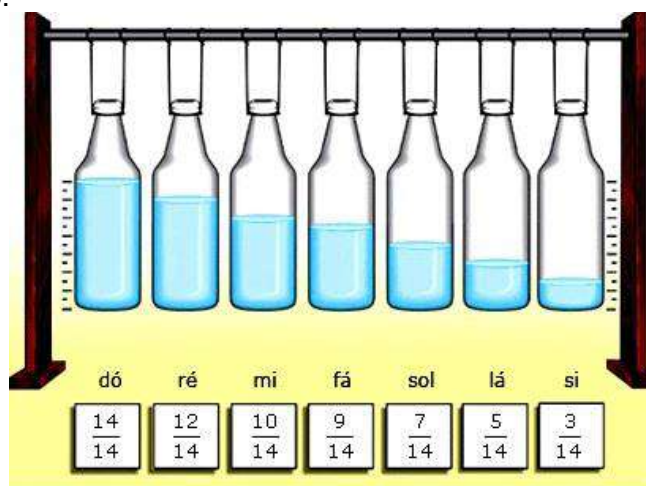
NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Quando um todo ou uma unidade é dividido em partes iguais, uma dessas partes ou a reunião de várias formam o que chamamos de uma fração do todo. Para se representar uma fração serão necessários dois números inteiros:

a) O primeiro, para indicar em quantas partes iguais foi dividida a unidade (ou todo) e que dá nome a cada parte e, por essa razão, chama-se **denominador** da fração;

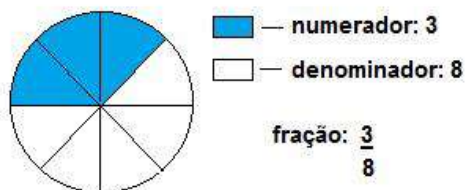
b) O segundo, que indica o número de partes que foram reunidas ou tomadas da unidade e, por isso, chama-se **numerador** da fração. O numerador e o denominador constituem o que chamamos de termos da fração.

Observe a figura abaixo:



A primeira nota dó é 14/14 ou 1 inteiro, pois representa a fração cheia; a ré é 12/14 e assim sucessivamente.

Nomenclaturas das Frações



Numerador → Indica quantas partes tomamos do total que foi dividida a unidade.

Denominador → Indica quantas partes iguais foi dividida a unidade.

No figura acima lê-se: três oitavos.

-Frações com denominadores de 1 a 10: meios, terços, quartos, quintos, sextos, sétimos, oitavos, nonos e décimos.

-Frações com denominadores potências de 10: décimos, centésimos, milésimos, décimos de milésimos, centésimos de milésimos etc.

- Denominadores diferentes dos citados anteriormente: Enuncia-se o numerador e, em seguida, o denominador seguido da palavra “avos”.

Exemplos:

$\frac{8}{25}$ lê – se : oito vinte cinco avos;

$\frac{2}{100}$ lê – se : dois centésimos;

Tipos de Frações

- Frações Próprias: Numerador é menor que o denominador.

Exemplos: $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{4}$; ...

- Frações Impróprias: Numerador é maior ou igual ao denominador.

Exemplos: $\frac{6}{5}$; $\frac{8}{5}$; $\frac{4}{3}$; ...

- **Frações aparentes:** Numerador é múltiplo do denominador. As mesmas pertencem também ao grupo das frações impróprias.

Exemplos: $\frac{6}{1}; \frac{8}{4}; \frac{4}{2}; \dots$

- **Frações particulares:** Para formamos uma fração de uma grandeza, dividimos esta pelo denominador e multiplicamos pelo numerador.

Exemplos:

1 - Se o numerador é igual a zero, a fração é igual a zero: $0/7 = 0$; $0/5 = 0$

2- Se o denominador é 1, a fração é igual ao denominador: $25/1 = 25$; $325/1 = 325$

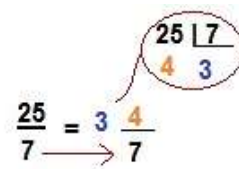
- Quando o **denominador é zero**, a fração não tem sentido, pois a **divisão por zero é impossível**.

- Quando o **numerador e denominador são iguais**, o resultado da divisão é sempre 1.

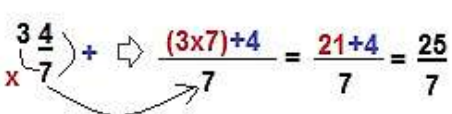
- **Números mistos:** Números compostos de **uma parte inteira e outra fracionária**. Podemos transformar uma fração imprópria na forma mista e vice e versa.

Exemplos:

A) $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7} \Rightarrow$



B) $3\frac{4}{7} = \frac{25}{7} \Rightarrow$



- **Frações equivalentes:** Duas ou mais frações que apresentam a mesma parte da unidade.

Exemplo:

$$\frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}; \text{ ou } \frac{4:2}{8:2} = \frac{2}{4}; \text{ ou } \frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$$

As frações $\frac{4}{8}, \frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são equivalentes.

- **Frações irredutíveis:** Frações onde o numerador e o denominador são primos entre si.

Exemplo: $5/11$; $17/29$; $4/3$

Comparação e simplificação de frações

Comparação:

- Quando duas frações tem o **mesmo denominador**, a maior será aquela que possuir o maior numerador.

Exemplo: $5/7 > 3/7$

- Quando os **denominadores são diferentes**, devemos reduzi-lo ao mesmo denominador.

Exemplo: $7/6$ e $3/7$

1º - Fazer o mmc dos denominadores $\rightarrow \text{mmc}(6,7) = 42$

$$\frac{7 \cdot 7}{42} \text{ e } \frac{3 \cdot 6}{42} \rightarrow \frac{49}{42} \text{ e } \frac{18}{42}$$

2º - Compararmos as frações:

$49/42 > 18/42$.

Simplificação: É dividir os termos por um mesmo número até obtermos termos menores que os iniciais. Com isso formamos frações equivalentes a primeira.

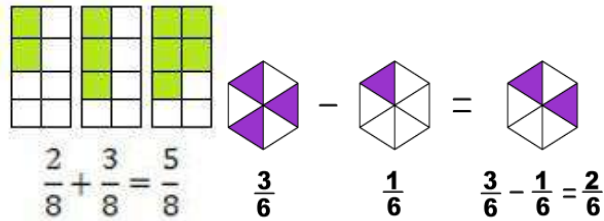
Exemplo:

$$\frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$$

Operações com frações

- Adição e Subtração

Com mesmo denominador: Conserva-se o denominador e soma-se ou subtrai-se os numeradores.



Com denominadores diferentes: Reduz-se ao mesmo denominador através do mmc entre os denominadores.

O processo é válido tanto para adição quanto para subtração.

Para encontrar o numerador, temos que dividir o **M.M.C.** pelos antigos denominadores e multiplicar o resultado da divisão pelos numeradores.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2 \times 3}{10:5} + \frac{5 \times 1}{10:2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$$

M.M.C.

5, 2	2
5, 1	5
1, 1	10

$$\frac{4}{7} - \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3 - 7 \cdot 1}{21} = \frac{12 - 7}{21} = \frac{5}{21}$$

Multiplicação e Divisão

- **Multiplicação:** É produto dos numerados dados e dos denominadores dados.

Exemplo:

$$\frac{9}{2} \times \frac{32}{5} = \frac{288}{10}$$

Podemos ainda simplificar a fração resultante:

$$\frac{288:2}{10:2} = \frac{144}{5}$$

- **Divisão:** O quociente de uma fração é igual a primeira fração multiplicados pelo inverso da segunda fração.

Exemplo:

$$\frac{21}{8} \div \frac{3}{8} = \frac{21}{8} \times \frac{8}{3} = \frac{168}{24}$$

Simplificando a fração resultante:

$$\frac{168:8}{24:8} = \frac{21}{3}$$

O sistema de numeração decimal apresenta ordem posicional: unidades, dezenas, centenas, etc.

Leitura e escrita dos números decimais

Exemplos:

Centenas de milhar	Dezenas de milhar	Unidades de milhar	Centenas	Dezenas	Unidades		Décimas	Centésimas	Milésimas
5	7	9	3	6	8	,	4	1	3
Parte inteira							Parte decimal		

Lê-se: Quinhentos e setenta e nove mil, trezentos e sessenta e oito inteiros e quatrocentos e treze milésimos.

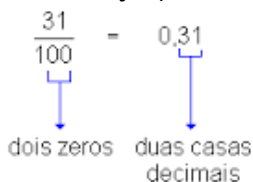
0,9 → nove décimos.

5,6 → cinco inteiros e seis décimos.

472,1256 → quatrocentos e setenta e dois inteiros e mil, duzentos, cinquenta e seis décimos de milésimos.

Transformação de frações ordinárias em decimais e vice-versa

A quantidade de zeros corresponde ao número de casas decimais após a vírgula e vice-versa (transformar para fração).



Fração Decimal	=	Números Decimais
$\frac{117}{10}$	=	11,7
$\frac{117}{100}$	=	1,17
$\frac{117}{1000}$	=	0,117
$\frac{117}{10000}$	=	0,0117

Operações com números decimais

- Adição e Subtração

Na prática, a adição e a subtração de números decimais são obtidas de acordo com a seguinte regra:

- Igualamos o número de casas decimais, acrescentando zeros.
- Colocamos os números um abaixo do outro, deixando vírgula embaixo de vírgula.
- Somamos ou subtraímos os números decimais como se eles fossem números naturais.
- Na resposta colocamos a vírgula alinhada com a vírgula dos números dados.

Exemplos:

$$\begin{array}{r}
 1,256 \\
 +31,750 \\
 \hline
 33,006
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0,050 \\
 + 1,325 \\
 \hline
 12,900
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 103,81 \\
 - 25,99 \\
 \hline
 77,82
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1,000 \\
 -0,899 \\
 \hline
 0,101
 \end{array}$$

- Multiplicação

Na prática, a multiplicação de números decimais é obtida de acordo com as seguintes regras:

- Multiplicamos os números decimais como se eles fossem números naturais.
- No resultado, colocamos tantas casas decimais quantas forem as do primeiro fator somadas às dos outros fatores.

Exemplos:

1) $652,2 \times 2,03$

Disposição prática:

$$\begin{array}{r}
 652,2 \rightarrow 1 \text{ casa decimal} \\
 \times 2,03 \rightarrow 2 \text{ casas decimais} \\
 \hline
 19566 \\
 13044 \\
 \hline
 1323,966 \rightarrow 1 + 2 = 3 \text{ casas decimais}
 \end{array}$$

2) $3,49 \times 2,5$

Disposição prática:

$$\begin{array}{r}
 3,49 \rightarrow 2 \text{ casas decimais.} \\
 \times 2,5 \rightarrow 1 \text{ casa decimal.} \\
 \hline
 1745 \\
 + 698 \\
 \hline
 8,725 \rightarrow 3 \text{ casas decimais.}
 \end{array}$$

- Divisão

Na prática, a divisão entre números decimais é obtida de acordo com as seguintes regras:

- Igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor.
- Cortamos as vírgulas e efetuamos a divisão como se os números fossem naturais.

Exemplos:

1) $24 : 0,5$

Disposição prática:

$$\begin{array}{r}
 24,0 \overline{) 0,5} \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

Nesse caso, o resto da divisão é igual a zero. Assim sendo, a divisão é chamada de divisão exata e o quociente é exato.

2) $31,775 : 15,5$

Disposição prática:

$$\begin{array}{r}
 31,775 \overline{) 15,5} \\
 \downarrow \\
 31,775 \overline{) 15,500} \rightarrow \\
 \downarrow \\
 31775 \overline{) 15500}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 31775 \overline{) 15500} \\
 \underline{-31000} \\
 7750 \\
 \underline{-0} \\
 77500 \\
 \underline{-77500} \\
 0
 \end{array}$$

Acrescentamos ao divisor a quantidade de zeros para que ele fique igual ao dividendo, e assim sucessivamente até chegarmos ao resto zero.

3) $0,14 : 28$

Disposição prática:

$$\begin{array}{r}
 0,14000 \overline{) 28,00} \\
 \underline{0000} \\
 0000
 \end{array}$$

4) $2 : 16$

Disposição prática:

Referência

CABRAL, Luiz Claudio; NUNES, Mauro César – Matemática básica explicada passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

Questões

01. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria) João gastou R\$ 23,00, equivalente a terça parte de $\frac{3}{5}$ de sua mesada. Desse modo, a metade do valor da mesada de João é igual a:

- (A) R\$ 57,50;
- (B) R\$ 115,00;
- (C) R\$ 172,50;
- (D) R\$ 68,50;

02. (EBSERH/ HUSM – UFSM/RS – Analista Administrativo – Administração – AACP) Uma revista perdeu $\frac{1}{5}$ dos seus 200.000 leitores.

Quantos leitores essa revista perdeu?

- (A) 40.000.
- (B) 50.000.
- (C) 75.000.
- (D) 95.000.
- (E) 100.000.

03. (METRÔ – Assistente Administrativo Júnior – FCC) Dona Amélia e seus quatro filhos foram a uma doceria comer tortas. Dona Amélia comeu $\frac{2}{3}$ de uma torta. O 1º filho comeu $\frac{3}{2}$ do que sua mãe havia comido. O 2º filho comeu $\frac{3}{2}$ do que o 1º filho havia comido. O 3º filho comeu $\frac{3}{2}$ do que o 2º filho havia comido e o 4º filho comeu $\frac{3}{2}$ do que o 3º filho havia comido. Eles compraram a menor quantidade de tortas inteiras necessárias para atender a todos. Assim, é possível calcular corretamente que a fração de uma torta que sobrou foi

- (A) $\frac{5}{6}$.
- (B) $\frac{5}{9}$.
- (C) $\frac{7}{8}$.
- (D) $\frac{2}{3}$.
- (E) $\frac{5}{24}$.

04. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Uma pessoa está montando um quebra-cabeça que possui, no total, 512 peças. No 1.º dia foram montados $\frac{5}{16}$ do número total de peças e, no 2.º dia foram montados $\frac{3}{8}$ do número de peças restantes. O número de peças que ainda precisam ser montadas para finalizar o quebra-cabeça é:

- (A) 190.
- (B) 200.
- (C) 210.
- (D) 220.
- (E) 230.

05. (UEM/PR – Auxiliar Operacional – UEM) A mãe do Vitor fez um bolo e repartiu em 24 pedaços, todos de mesmo tamanho. A mãe e o pai comeram juntos, $\frac{1}{4}$ do bolo. O Vitor e a sua irmã comeram, cada um deles, $\frac{1}{4}$ do bolo. Quantos pedaços de bolo sobraram?

- (A) 4
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 10
- (E) 12

06. (UEM/PR – Auxiliar Operacional – UEM) Dirce comprou 7 lapiseiras e pagou R\$ 8,30, em cada uma delas. Pagou com uma nota de 100 reais e obteve um desconto de 10 centavos. Quantos reais ela recebeu de troco?

- (A) R\$ 40,00
- (B) R\$ 42,00
- (C) R\$ 44,00
- (D) R\$ 46,00
- (E) R\$ 48,00

07. (FINEP – Assistente – Apoio administrativo – CESGRANRIO) Certa praça tem 720 m² de área. Nessa praça será construído um chafariz que ocupará 600 dm².

Que fração da área da praça será ocupada pelo chafariz?

- (A) $\frac{1}{600}$
- (B) $\frac{1}{120}$
- (C) $\frac{1}{90}$
- (D) $\frac{1}{60}$
- (E) $\frac{1}{12}$

08. (EBSERH/ HUSM – UFSM/RS – Analista Administrativo – Administração – AOCF) Se 1 kg de um determinado tipo de carne custa R\$ 45,00, quanto custará $\frac{7}{5}$ desta mesma carne?

- (A) R\$ 90,00.
- (B) R\$ 73,00.
- (C) R\$ 68,00.
- (D) R\$ 63,00.
- (E) R\$ 55,00.

09. (UEM/PR – Auxiliar Operacional – UEM) Paulo recebeu R\$1.000,00 de salário. Ele gastou $\frac{1}{4}$ do salário com aluguel da casa e $\frac{3}{5}$ do salário com outras despesas. Do salário que Paulo recebeu, quantos reais ainda restam?

- (A) R\$ 120,00
- (B) R\$ 150,00
- (C) R\$ 180,00
- (D) R\$ 210,00
- (E) R\$ 240,00

Respostas

01. Resposta: A.

Vamos chamar de x a mesada.

Como ele gastou a terça parte $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{5}$ da mesada que equivale a 23,00. Podemos escrever da seguinte maneira:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} x = \frac{x}{5} = 23 \rightarrow x = 23 \cdot 5 \rightarrow x = 115$$

Logo a metade de 115 = $115/2 = 57,50$

02. Resposta: A.

$$\frac{1}{5} \cdot 200000 = 40000$$

03. Resposta: E.

Vamos chamar a quantidade de tortas de (x). Assim:

$$* \text{ Dona Amélia: } \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$$

$$* \text{ 1º filho: } \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$$

$$* \text{ 2º filho: } \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

$$* \text{ 3º filho: } \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

$$* \text{ 4º filho: } \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{4} = \frac{27}{8}$$

$$\frac{2}{3} + 1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8}$$

$$\frac{16 + 24 + 36 + 54 + 81}{24} = \frac{211}{24} = 8 \cdot \frac{24}{24} + \frac{19}{24} = 8 + \frac{19}{24}$$

Ou seja, eles comeram 8 tortas, mais 19/24 de uma torta.

Por fim, a fração de uma torta que sobrou foi:

$$\frac{24}{24} - \frac{19}{24} = \frac{5}{24}$$

04. Resposta: D.

$$* \text{ 1º dia: } \frac{5}{16} \cdot 512 = \frac{2560}{16} = 160 \text{ peças}$$

$$* \text{ Restante} = 512 - 160 = 352 \text{ peças}$$

$$* \text{ 2º dia: } \frac{3}{8} \cdot 352 = \frac{1056}{8} = 132 \text{ peças}$$

$$* \text{ Ainda restam} = 352 - 132 = 220 \text{ peças}$$

05. Resposta: B.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Sobrou 1/4 do bolo.

$$24 \cdot \frac{1}{4} = 6 \text{ pedaços}$$

06. Resposta: B.

$$8,3 \cdot 7 = 58,1$$

Como recebeu um desconto de 10 centavos, Dirce pagou 58 reais

$$\text{Troco: } 100 - 58 = 42 \text{ reais}$$

07. Resposta: B.

$$600 \text{ dm}^2 = 6 \text{ m}^2$$

$$\frac{6}{720} : \frac{6}{6} = \frac{1}{120}$$

08. Resposta: D.

$$\frac{7}{5} \cdot 45 = 7 \cdot 9 = 63$$

09. Resposta: B.

$$\text{Aluguel: } 1000 \cdot \frac{1}{4} = 250$$

$$\text{Outras despesas: } 1000 \cdot \frac{3}{5} = 600$$

$$250 + 600 = 850$$

$$\text{Restam: } 1000 - 850 = \text{R\$ } 150,00$$

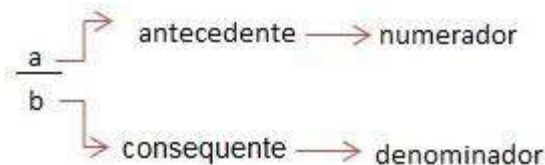


RAZÃO

É o quociente entre dois números (quantidades, medidas, grandezas). Sendo a e b dois números a sua razão, chama-se *razão de a para b* :

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a:b, \text{ com } b \neq 0$$

Onde:



Exemplos:

1 - Em um vestibular para o curso de marketing, participaram 3600 candidatos para 150 vagas. A razão entre o número de vagas e o número de candidatos, nessa ordem, foi de

$$\frac{\text{número de vagas}}{\text{número de candidatos}} = \frac{150}{3600} = \frac{1}{24}$$

Lemos a fração como: Um vinte e quatro avós.

2 - Em um processo seletivo diferenciado, os candidatos obtiveram os seguintes resultados:

- Alana resolveu 11 testes e acertou 5
- Beatriz resolveu 14 testes e acertou 6
- Cristiane resolveu 15 testes e acertou 7
- Daniel resolveu 17 testes e acertou 8
- Edson resolveu 21 testes e acertou 9

O candidato contratado, de melhor desempenho, (razão de acertos para número de testes), foi:

$$\text{Alana: } \frac{5}{11} = 0,45$$

$$\text{Beatriz: } \frac{6}{14} = 0,42$$

$$\text{Cristiane: } \frac{7}{15} = 0,46$$

$$\text{Daniel: } \frac{8}{17} = 0,47$$

$$\text{Edson: } \frac{9}{21} = 0,42$$

Daniel teve o melhor desempenho.

- Quando a e b forem medidas de uma mesma grandeza, essas devem ser expressas na mesma unidade.

- Razões Especiais

Escala → Muitas vezes precisamos ilustrar distâncias muito grandes de forma reduzida, então utilizamos a escala, que é a razão da medida no mapa com a medida real (ambas na mesma unidade).

$$E = \frac{\text{medida no mapa}}{\text{medida real}}$$

Velocidade média → É a razão entre a distância percorrida e o tempo total de percurso. As unidades utilizadas são km/h, m/s, entre outras.

$$V = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo total}}$$

Densidade → É a razão entre a massa de um corpo e o seu volume. As unidades utilizadas são g/cm³, kg/m³, entre outras.

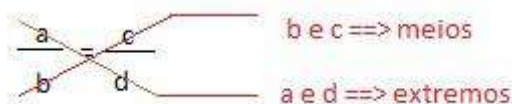
$$D = \frac{\text{massa do corpo}}{\text{volume do corpo}}$$

PROPORÇÃO

É uma igualdade entre duas razões.

Dada as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, à setença de igualdade $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ chama-se proporção.

Onde:



Exemplo:

1 - O passageiro ao lado do motorista observa o painel do veículo e vai anotando, minuto a minuto, a distância percorrida. Sua anotação pode ser visualizada na tabela a seguir:

Distância percorrida (em km)	2	4	6	8	...
Tempo gasto (em min)	1	2	3	4	...

Nota-se que a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la é sempre igual a 2:

$$\frac{2}{1} = 2; \quad \frac{4}{2} = 2; \quad \frac{6}{3} = 2; \quad \frac{8}{4} = 2$$

Então:

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4}$$

Dizemos que os números da sucessão (2,4,6, 8, ...) são **diretamente proporcionais** aos números da sucessão (1,2,3,3, 4, ...).

- Propriedades da Proporção

1 - Propriedade Fundamental

O produto dos meios é igual ao produto dos extremos, isto é, **a . d = b . c**

Exemplo:

Na proporção $\frac{45}{30} = \frac{9}{6}$, (lê-se: “45 está para 30, assim como 9 está para 6.), aplicando a propriedade fundamental, temos: $45.6 = 30.9 = 270$

2 - A soma dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo), assim como a soma dos dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \quad \text{ou} \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2+3}{2} = \frac{6+9}{6} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{15}{6} = 30 \quad \text{ou} \quad \frac{2+3}{3} = \frac{6+9}{9} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{15}{9} = 45$$

3 - A diferença entre os dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo), assim como a diferença entre os dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} \text{ ou } \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2-3}{2} = \frac{6-9}{6} \rightarrow \frac{-1}{2} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2} \text{ ou } \frac{2-3}{3} = \frac{6-9}{9} \rightarrow \frac{-1}{3} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$$

4 - A soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} \text{ ou } \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2+6}{3+9} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = 24 \text{ ou } \frac{2+6}{3+9} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{6}{9} = 72$$

5 - A diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} \text{ ou } \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{6-2}{9-3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = 36 \text{ ou } \frac{6-2}{9-3} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 12$$

- Problemas envolvendo razão e proporção

1 - Em uma fundação, verificou-se que a razão entre o número de atendimentos a usuários internos e o número de atendimento total aos usuários (internos e externos), em um determinado dia, nessa ordem, foi de 3/5. Sabendo que o número de usuários externos atendidos foi 140, pode-se concluir que, no total, o número de usuários atendidos foi:

- A) 84
- B) 100
- C) 217
- D) 280
- E) 350

Resolução:

Usuários internos: I

Usuários externos: E

Sabemos que neste dia foram atendidos 140 externos $\rightarrow E = 140$

$\frac{I}{I+E} = \frac{3}{5} = \frac{I}{I+140}$, usando o produto dos meios pelos extremos temos

$$5I = 3(I + 140) \rightarrow 5I = 3I + 420 \rightarrow 5I - 3I = 420 \rightarrow 2I = 420 \rightarrow I = 420 / 2 \rightarrow I = 210$$

$$I + E = 210 + 140 = 350$$

Resposta "E"

2 - Em um concurso participaram 3000 pessoas e foram aprovadas 1800. A razão do número de candidatos aprovados para o total de candidatos participantes do concurso é:

- A) 2/3
- B) 3/5
- C) 5/10
- D) 2/7
- E) 6/7

Resolução:

$$\frac{\text{número de candidatos aprovados}}{\text{número total de candidatos}} = \frac{1800}{3000} = \frac{18^3}{30^5} = \frac{3}{5}$$

Resposta "B"

3 - Em um dia de muita chuva e trânsito caótico, $\frac{2}{5}$ dos alunos de certa escola chegaram atrasados, sendo que $\frac{1}{4}$ dos atrasados tiveram mais de 30 minutos de atraso. Sabendo que todos os demais alunos chegaram no horário, pode-se afirmar que nesse dia, nessa escola, a razão entre o número de alunos que chegaram com mais de 30 minutos de atraso e número de alunos que chegaram no horário, nessa ordem, foi de:

- A) 2:3
- B) 1:3
- C) 1:6
- D) 3:4
- E) 2:5

Resolução:

Se $\frac{2}{5}$ chegaram atrasados

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ chegaram no horário}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10} \text{ tiveram mais de 30 minutos de atraso}$$

$$\text{razão} = \frac{\text{tiveram mais de 30 min de atraso}}{\text{chegaram no horário}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{5}}$$

$$\text{razão} = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1}{6} \text{ ou } 1:6$$

Resposta "C"

Referências

IEZZI, Gelson – Fundamentos da Matemática – Vol. 11 – Financeira e Estatística Descritiva

IEZZI, Gelson – Matemática Volume Único

<http://educacao.globo.com>

Questões

01. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria) André, Bruno, Carlos e Diego são irmãos e suas idades formam, na ordem apresentada, uma proporção. Considere que André tem 3 anos, Diego tem 18 anos e Bruno é 3 anos mais novo que Carlos. Assim, a soma das idades, destes quatro irmãos, é igual a

- (A) 30
- (B) 32;
- (C) 34;
- (D) 36.

02. (MPE/SP – Oficial de Promotoria – VUNESP) Alfredo irá doar seus livros para três bibliotecas da universidade na qual estudou. Para a biblioteca de matemática, ele doará três quartos dos livros, para a biblioteca de física, um terço dos livros restantes, e para a biblioteca de química, 36 livros. O número de livros doados para a biblioteca de física será

- (A) 16.
- (B) 22.
- (C) 20.
- (D) 24.
- (E) 18.

03. (PC/SP – OFICIAL ADMINISTRATIVO – VUNESP) Foram construídos dois reservatórios de água. A razão entre os volumes internos do primeiro e do segundo é de 2 para 5, e a soma desses volumes é 14m^3 . Assim, o valor absoluto da diferença entre as capacidades desses dois reservatórios, em litros, é igual a

- (A) 8000.
- (B) 6000.
- (C) 4000.
- (D) 6500.
- (E) 9000.

04. (EBSERH/ HUPAA-UFAL - Técnico em Informática – IDECAN) Entre as denominadas razões especiais encontram-se assuntos como densidade demográfica, velocidade média, entre outros. Supondo que a distância entre Rio de Janeiro e São Paulo seja de 430 km e que um ônibus, fretado para uma excursão, tenha feito este percurso em 5 horas e 30 minutos. Qual foi a velocidade média do ônibus durante este trajeto, aproximadamente, em km/h?

- (A) 71 km/h
- (B) 76 km/h
- (C) 78 km/h
- (D) 81 km/h
- (E) 86 km/h.

05. (SEPLAN/GO – Perito Criminal – FUNIVERSA) Em uma ação policial, foram apreendidos 1 traficante e 150 kg de um produto parecido com maconha. Na análise laboratorial, o perito constatou que o produto apreendido não era maconha pura, isto é, era uma mistura da *Cannabis sativa* com outras ervas. Interrogado, o traficante revelou que, na produção de 5 kg desse produto, ele usava apenas 2 kg da *Cannabis sativa*; o restante era composto por várias “outras ervas”. Nesse caso, é correto afirmar que, para fabricar todo o produto apreendido, o traficante usou

- (A) 50 kg de *Cannabis sativa* e 100 kg de outras ervas.
- (B) 55 kg de *Cannabis sativa* e 95 kg de outras ervas.
- (C) 60 kg de *Cannabis sativa* e 90 kg de outras ervas.
- (D) 65 kg de *Cannabis sativa* e 85 kg de outras ervas.
- (E) 70 kg de *Cannabis sativa* e 80 kg de outras ervas.

06. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Uma gráfica produz blocos de papel em dois tamanhos diferentes: médios ou pequenos e, para transportá-los utiliza caixas que comportam exatamente 80 blocos médios. Sabendo que 2 blocos médios ocupam exatamente o mesmo espaço que 5 blocos pequenos, então, se em uma caixa dessas forem colocados 50 blocos médios, o número de blocos pequenos que poderão ser colocados no espaço disponível na caixa será:

- (A) 60.
- (B) 70.
- (C) 75.
- (D) 80.
- (E) 85.

07. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria) Eu tenho duas réguas, uma que ao quebrar ficou com 24 cm de comprimento e a outra tem 30 cm, portanto, a régua menor é quantos por cento da régua maior?

- (A) 90%
- (B) 75%
- (C) 80%
- (D) 85%

08. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP) Uma cidade A, com 120 km de vias, apresentava, pela manhã, 51 km de vias congestionadas. O número de quilômetros de vias

congestionadas numa cidade B, que tem 280 km de vias e mantém a mesma proporção que na cidade A, é

- (A) 119 km.
- (B) 121 km.
- (C) 123 km.
- (D) 125 km.
- (E) 127 km.

09. (FINEP – Assistente – Apoio administrativo – CESGRANRIO) Maria tinha 450 ml de tinta vermelha e 750 ml de tinta branca. Para fazer tinta rosa, ela misturou certa quantidade de tinta branca com os 450 ml de tinta vermelha na proporção de duas partes de tinta vermelha para três partes de tinta branca.

Feita a mistura, quantos ml de tinta branca sobraram?

- (A) 75
- (B) 125
- (C) 175
- (D) 375
- (E) 675

10. (MP/SP – Auxiliar de Promotoria I – Administrativo – VUNESP) A medida do comprimento de um salão retangular está para a medida de sua largura assim como 4 está para 3. No piso desse salão, foram colocados somente ladrilhos quadrados inteiros, revestindo-o totalmente. Se cada fileira de ladrilhos, no sentido do comprimento do piso, recebeu 28 ladrilhos, então o número mínimo de ladrilhos necessários para revestir totalmente esse piso foi igual a

- (A) 588.
- (B) 350.
- (C) 454.
- (D) 476.
- (E) 382.

Respostas

01. Resposta: D.

Pelo enunciado temos que:

$$A = 3$$

$$B = C - 3$$

$$C$$

$$D = 18$$

Como eles são proporcionais podemos dizer que:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \rightarrow \frac{3}{C-3} = \frac{C}{18} \rightarrow C^2 - 3C = 3 \cdot 18 \rightarrow C^2 - 3C - 54 = 0$$

Vamos resolver a equação do 2º grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-54)}}{2 \cdot 1} \rightarrow \frac{3 \pm \sqrt{225}}{2} \rightarrow \frac{3 \pm 15}{2}$$

$$x_1 = \frac{3 + 15}{2} = \frac{18}{2} = 9 \quad \therefore \quad x_2 = \frac{3 - 15}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

Como não existe idade negativa, então vamos considerar somente o 9. Logo $C = 9$

$$B = C - 3 = 9 - 3 = 6$$

$$\text{Somando teremos: } 3 + 6 + 9 + 18 = 36$$

02. Resposta: E.

X = total de livros

Matemática = $\frac{3}{4}x$, restou $\frac{1}{4}$ de x

Física = $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

Química = 36 livros

Logo o número de livros é: $\frac{3}{4}x + \frac{1}{12}x + 36 = x$
 Fazendo o m.m.c. dos denominadores (4,12) = 12

Logo:

$$\frac{9x + 3x + 432 = 12x}{12} \rightarrow 10x + 432 = 12x \rightarrow 12x - 10x = 432 \rightarrow 2x = 432 \rightarrow x = \frac{432}{2} \rightarrow x = 216$$

Como a Biblioteca de Física ficou com $\frac{1}{12}x$, logo teremos:

$$\frac{1}{12} \cdot 216 = \frac{216}{12} = 18$$

03. Resposta: B.

Primeiro: 2k

Segundo: 5k

$$2k + 5k = 14 \rightarrow 7k = 14 \rightarrow k = 2$$

Primeiro: $2 \cdot 2 = 4$

Segundo: $5 \cdot 2 = 10$

Diferença: $10 - 4 = 6 \text{ m}^3$

$1 \text{ m}^3 \text{-----} 1000 \text{ L}$

$6 \text{-----} x$

$$x = 6000 \text{ l}$$

04. Resposta: C.

5h30 = 5,5h, transformando tudo em hora e suas frações.

$$\frac{430}{5,5} = 78,18 \text{ km/h}$$

05. Resposta: C.

O enunciado fornece que a cada 5kg do produto temos que 2kg da *Cannabis sativa* e os demais *outras ervas*. Podemos escrever em forma de razão $\frac{2}{5}$, logo:

$$\frac{2}{5} \cdot 150 = 60 \text{ kg de Cannabis sativa} \quad \therefore 150 - 60 = 90 \text{ kg de outras ervas}$$

06. Resposta: C.

Chamemos de (m) a quantidade de blocos médios e de (p) a quantidade de blocos pequenos.

$$\frac{m}{p} = \frac{2}{5}, \text{ ou seja, } 2p = 5m$$

- 80 blocos médios correspondem a:

$$2p = 5 \cdot 80 \rightarrow p = 400 / 2 \rightarrow p = 200 \text{ blocos pequenos}$$

- Já há 50 blocos médios: $80 - 50 = 30$ blocos médios (ainda cabem).

$$2p = 5 \cdot 30 \rightarrow p = 150 / 2 \rightarrow p = 75 \text{ blocos pequenos}$$

07. Resposta: C.

Como é a razão do menor pelo maior temos: $\frac{24}{30} = 0,80$. $100\% = 80\%$

08. Resposta: A.

$$\frac{51}{120} = \frac{x}{280}$$

$$120 \cdot x = 51 \cdot 280 \rightarrow x = 14280 / 120 \rightarrow x = 119 \text{ km}$$

09. Resposta: A.

$$\frac{2}{3} = \frac{450}{x}$$

$$2x = 450 \cdot 3 \rightarrow x = 1350 / 2 \rightarrow x = 675 \text{ ml de tinta branca}$$

Sobraram: $750 \text{ ml} - 675 \text{ ml} = 75 \text{ ml}$

10. Resposta: A.

$$\frac{C}{L} = \frac{4}{3}, \text{ que fica } 4L = 3C$$

Fazendo $C = 28$ e substituindo na proporção, temos:

$$\frac{28}{L} = \frac{4}{3}$$

$4L = 28 \cdot 3 \rightarrow L = 84 / 4 \rightarrow L = 21$ ladrilhos
Assim, o total de ladrilhos foi de $28 \cdot 21 = 588$

DIVISÃO PROPORCIONAL

Uma forma de divisão no qual determinam-se valores(a,b,c,..) que, divididos por quocientes(x,y,z..) previamente determinados, mantêm-se uma razão que não tem variação.

Divisão Diretamente Proporcional

- Divisão em duas partes diretamente proporcionais

Para decompor um número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a p e q, montamos um sistema com duas equações e duas incógnitas, de modo que a soma das partes seja $A + B = M$, mas

$$\frac{A}{p} = \frac{B}{q}$$

A solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{A}{p} = \frac{B}{q} = \frac{A+B}{p+q} = \frac{M}{p+q} = K$$

O valor de **K** é que proporciona a solução pois: **A = K.p** e **B = K.q**

Exemplos:

1) Para decompor o número 200 em duas partes A e B diretamente proporcionais a 2 e 3, montaremos o sistema de modo que $A + B = 200$, cuja solução segue de:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{A+B}{5} = \frac{200}{5} = 40$$

Fazendo **A = K.p** e **B = K.q**; temos que $A = 40 \cdot 2 = 80$ e $B = 40 \cdot 3 = 120$

2) Determinar números A e B diretamente proporcionais a 8 e 3, sabendo-se que a diferença entre eles é 40. Para resolver este problema basta tomar $A - B = 40$ e escrever:

$$\frac{A}{8} = \frac{B}{3} = \frac{A-B}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

Fazendo **A = K.p** e **B = K.q**; temos que $A = 8 \cdot 8 = 64$ e $B = 8 \cdot 3 = 24$

- Divisão em várias partes diretamente proporcionais

Para decompor um número M em partes x_1, x_2, \dots, x_n diretamente proporcionais a p_1, p_2, \dots, p_n , deve-se montar um sistema com n equações e n incógnitas, sendo as somas $x_1 + x_2 + \dots + x_n = M$ e $p_1 + p_2 + \dots + p_n = P$.

$$\frac{x_1}{p_1} = \frac{x_2}{p_2} = \dots = \frac{x_n}{p_n}$$

A solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{x_1}{p_1} = \frac{x_2}{p_2} = \dots = \frac{x_n}{p_n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{M}{P} = K$$

Observa-se que partimos do mesmo princípio da divisão em duas partes proporcionais.

Exemplos:

1) Para decompor o número 240 em três partes A, B e C diretamente proporcionais a 2, 4 e 6, deve-se montar um sistema com 3 equações e 3 incógnitas tal que $A + B + C = 240$ e $2 + 4 + 6 = P$. Assim:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} = \frac{A+B+C}{P} = \frac{240}{12} = 20$$

Logo: $A = 20 \cdot 2 = 40$; $B = 20 \cdot 4 = 80$ e $C = 20 \cdot 6 = 120$

2) Determinar números A, B e C diretamente proporcionais a 2, 4 e 6, de modo que $2A + 3B - 4C = 480$

A solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} = \frac{2A + 3B - 4C}{2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 - 4 \cdot 6} = \frac{480}{-8} = -60$$

Logo: $A = -60 \cdot 2 = -120$; $B = -60 \cdot 4 = -240$ e $C = -60 \cdot 6 = -360$.

Também existem proporções com números negativos.

Divisão Inversamente Proporcional

- Divisão em duas partes inversamente proporcionais

Para decompor um número M em duas partes A e B inversamente proporcionais a p e q, deve-se decompor este número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a $1/p$ e $1/q$, que são, respectivamente, os inversos de p e q.

Assim basta montar o sistema com duas equações e duas incógnitas tal que $A + B = M$. Desse modo:

$$\frac{A}{1/p} = \frac{B}{1/q} = \frac{A+B}{1/p + 1/q} = \frac{M}{1/p + 1/q} = \frac{M \cdot p \cdot q}{p + q} = K$$

O valor de **K** proporciona a solução pois: **A = K/p** e **B = K/q**.

Exemplos:

1) Para decompor o número 120 em duas partes A e B inversamente proporcionais a 2 e 3, deve-se montar o sistema tal que $A + B = 120$, de modo que:

$$\frac{A}{1/2} = \frac{B}{1/3} = \frac{A+B}{1/2 + 1/3} = \frac{120}{5/6} = \frac{120 \cdot 6}{5} = 144$$

Assim $A = K/p \rightarrow A = 144/2 = 72$ e $B = K/q \rightarrow B = 144/3 = 48$

2 - Determinar números A e B inversamente proporcionais a 6 e 8, sabendo-se que a diferença entre eles é 10. Para resolver este problema, tomamos $A - B = 10$. Assim:

$$\frac{A}{1/6} = \frac{B}{1/8} = \frac{A-B}{1/6 - 1/8} = \frac{10}{1/24} = 240$$

Assim $A = K/p \rightarrow A = 240/6 = 40$ e $B = K/q \rightarrow B = 240/8 = 30$

- Divisão em várias partes inversamente proporcionais

Para decompor um número M em n partes x_1, x_2, \dots, x_n inversamente proporcionais a p_1, p_2, \dots, p_n , basta decompor este número M em n partes x_1, x_2, \dots, x_n diretamente proporcionais a $1/p_1, 1/p_2, \dots, 1/p_n$.

A montagem do sistema com n equações e n incógnitas, assume que $x_1 + x_2 + \dots + x_n = M$ e além disso

$$\frac{x_1}{1/p_1} = \frac{x_2}{1/p_2} = \dots = \frac{x_n}{1/p_n}$$

Cuja solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{x_1}{1/p_1} = \frac{x_2}{1/p_2} = \dots = \frac{x_n}{1/p_n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_n}} = \frac{M}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_n}} = K$$

Exemplos:

1-Para decompor o número 220 em três partes A, B e C inversamente proporcionais a 2, 4 e 6, deve-se montar um sistema com 3 equações e 3 incógnitas, de modo que $A + B + C = 220$. Desse modo:

$$\frac{A}{1/2} = \frac{B}{1/4} = \frac{C}{1/6} = \frac{A + B + C}{1/2 + 1/4 + 1/6} = \frac{220}{11/12} = 240$$

A solução é $A = K/p_1 \rightarrow A = 240/2 = 120$, $B = K/p_2 \rightarrow B = 240/4 = 60$ e $C = K/p_3 \rightarrow C = 240/6 = 40$

2-Para obter números A, B e C inversamente proporcionais a 2, 4 e 6, de modo que $2A + 3B - 4C = 10$, devemos montar as proporções:

$$\frac{A}{1/2} = \frac{B}{1/4} = \frac{C}{1/6} = \frac{2A + 3B - 4C}{2/2 + 3/4 - 4/6} = \frac{10}{13/12} = \frac{120}{13}$$

logo $A = 60/13$, $B = 30/13$ e $C = 20/13$

Existem proporções com números fracionários!

Divisão em partes direta e inversamente proporcionais

- Divisão em duas partes direta e inversamente proporcionais

Para decompor um número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a \underline{a} , \underline{c} e \underline{d} e inversamente proporcionais a \underline{p} e \underline{q} , deve-se decompor este número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a c/q e d/q , basta montar um sistema com duas equações e duas incógnitas de forma que $A + B = M$ e além disso:

$$\frac{A}{c/p} = \frac{B}{d/q} = \frac{A + B}{c/p + d/q} = \frac{M}{c/p + d/q} = \frac{M \cdot p \cdot q}{c \cdot q + p \cdot d} = K$$

O valor de **K** proporcional a solução pois: **A = K.c/p** e **B = K.d/q**.

Exemplos:

1) Para decompor o número 58 em duas partes A e B diretamente proporcionais a 2 e 3, e, inversamente proporcionais a 5 e 7, deve-se montar as proporções:

$$\frac{A}{2/5} = \frac{B}{3/7} = \frac{A + B}{2/5 + 3/7} = \frac{58}{29/35} = 70$$

Assim $A = K.c/p = (2/5).70 = 28$ e $B = K.d/q = (3/7).70 = 30$

2) Para obter números A e B diretamente proporcionais a 4 e 3 e inversamente proporcionais a 6 e 8, sabendo-se que a diferença entre eles é 21. Para resolver este problema basta escrever que $A - B = 21$ resolver as proporções:

$$\frac{A}{4/6} = \frac{B}{3/8} = \frac{A - B}{4/6 - 3/8} = \frac{21}{7/24} = 72$$

Assim $A = K.c/p = (4/6).72 = 48$ e $B = K.d/q = (3/8).72 = 27$

Divisão em n partes direta e inversamente proporcionais

Para decompor um número M em n partes x_1, x_2, \dots, x_n diretamente proporcionais a p_1, p_2, \dots, p_n e inversamente proporcionais a q_1, q_2, \dots, q_n , basta decompor este número M em n partes x_1, x_2, \dots, x_n diretamente proporcionais a $p_1/q_1, p_2/q_2, \dots, p_n/q_n$.

A montagem do sistema com n equações e n incógnitas exige que $x_1 + x_2 + \dots + x_n = M$ e além disso

$$\frac{x_1}{p_1/q_1} = \frac{x_2}{p_2/q_2} = \dots = \frac{x_n}{p_n/q_n}$$

A solução segue das propriedades das proporções:

$$\frac{x_1}{p_1/q_1} = \frac{x_2}{p_2/q_2} = \dots = \frac{x_n}{p_n/q_n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{\frac{p_1}{q_1} + \frac{p_2}{q_2} + \dots + \frac{p_n}{q_n}} = K$$

Exemplos:

1) Para decompor o número 115 em três partes A, B e C diretamente proporcionais a 1, 2 e 3 e inversamente proporcionais a 4, 5 e 6, deve-se montar um sistema com 3 equações e 3 incógnitas de forma de $A + B + C = 115$ e tal que:

$$\frac{A}{1/4} = \frac{B}{2/5} = \frac{C}{3/6} = \frac{A + B + C}{1/4 + 2/5 + 3/6} = \frac{115}{23/20} = 100$$

Logo $A = K \cdot p_1/q_1 = (1/4)100 = 25$, $B = K \cdot p_2/q_2 = (2/5)100 = 40$ e $C = K \cdot p_3/q_3 = (3/6)100 = 50$

2) Determinar números A, B e C diretamente proporcionais a 1, 10 e 2 e inversamente proporcionais a 2, 4 e 5, de modo que $2A + 3B - 4C = 10$.

A montagem do problema fica na forma:

$$\frac{A}{1/2} = \frac{B}{10/4} = \frac{C}{2/5} = \frac{2A + 3B - 4C}{2/2 + 30/4 - 8/5} = \frac{10}{69/10} = \frac{100}{69}$$

A solução é $A = K \cdot p_1/q_1 = 50/69$, $B = K \cdot p_2/q_2 = 250/69$ e $C = K \cdot p_3/q_3 = 40/69$

Problemas envolvendo Divisão Proporcional

1) As famílias de duas irmãs, Alda e Berta, vivem na mesma casa e a divisão de despesas mensais é proporcional ao número de pessoas de cada família. Na família de Alda são três pessoas e na de Berta, cinco. Se a despesa, num certo mês foi de R\$ 1.280,00, quanto pagou, em reais, a família de Alda?

- A) 320,00
- B) 410,00
- C) 450,00
- D) 480,00
- E) 520,00

Resolução:

Alda: A = 3 pessoas

Berta: B = 5 pessoas

$A + B = 1280$

$$\frac{A}{3} + \frac{B}{5} = \frac{A + B}{3 + 5} = \frac{1280}{8} = 160$$

$A = K \cdot p = 160 \cdot 3 = 480$

Resposta D

2) Dois ajudantes foram incumbidos de auxiliar no transporte de 21 caixas que continham equipamentos elétricos. Para executar essa tarefa, eles dividiram o total de caixas entre si, na razão inversa de suas respectivas idades. Se ao mais jovem, que tinha 24 anos, coube transportar 12 caixas, então, a idade do ajudante mais velho, em anos era?

- A) 32
- B) 34
- C) 35
- D) 36
- E) 38

Resolução:

v = idade do mais velho

Temos que a quantidade de caixas carregadas pelo mais novo:

$$Q_n = 12$$

Pela regra geral da divisão temos:

$$Q_n = k \cdot 1/24 \rightarrow 12 = k/24 \rightarrow k = 288$$

A quantidade de caixas carregadas pelo mais velho é: $21 - 12 = 9$

Pela regra geral da divisão temos:

$$Q_v = k \cdot 1/v \rightarrow 9 = 288/v \rightarrow v = 32 \text{ anos}$$

Resposta A

3) Em uma seção há duas funcionárias, uma com 20 anos de idade e a outra com 30. Um total de 150 processos foi dividido entre elas, em quantidades inversamente proporcionais às suas respectivas idades. Qual o número de processos recebido pela mais jovem?

- A) 90
- B) 80
- C) 60
- D) 50
- E) 30

Estamos trabalhando aqui com divisão em duas partes inversamente proporcionais, para a resolução da mesma temos que:

$$\frac{A}{1/p} = \frac{B}{1/q} = \frac{A+B}{1/p+1/q} = \frac{M}{1/p+1/q} = \frac{M \cdot p \cdot q}{p+q} = K$$

O valor de **K** proporciona a solução pois: **A = K/p** e **B = K/q**.

Vamos chamar as funcionárias de p e q respectivamente:

$p = 20$ anos (funcionária de menor idade)

$q = 30$ anos

Como será dividido os processos entre as duas, logo cada uma ficará com A e B partes que totalizam 150:

$$A + B = 150 \text{ processos}$$

$$\frac{A}{1/p} = \frac{B}{1/q} = \frac{150}{1/20+1/30} = \frac{150}{1/20+1/30} = \frac{150 \cdot 20 \cdot 30}{20+30} = \frac{90000}{50} = 1800$$

$$A = k/p \rightarrow A = 1800 / 20 \rightarrow A = 90 \text{ processos.}$$

Questões

01. (Pref. Paulistana/PI – Professor de Matemática – IMA) Uma herança de R\$ 750.000,00 deve ser repartida entre três herdeiros, em partes proporcionais a suas idades que são de 5, 8 e 12 anos. O mais velho receberá o valor de:

- (A) R\$ 420.000,00
- (B) R\$ 250.000,00
- (C) R\$ 360.000,00
- (D) R\$ 400.000,00
- (E) R\$ 350.000,00

02. (TRF 3ª – Técnico Judiciário – FCC) Quatro funcionários dividirão, em partes diretamente proporcionais aos anos dedicados para a empresa, um bônus de R\$36.000,00. Sabe-se que dentre esses quatro funcionários um deles já possui 2 anos trabalhados, outro possui 7 anos trabalhados, outro possui

6 anos trabalhados e o outro terá direito, nessa divisão, à quantia de R\$6.000,00. Dessa maneira, o número de anos dedicados para a empresa, desse último funcionário citado, é igual a

- (A) 5.
- (B) 7.
- (C) 2.
- (D) 3.
- (E) 4.

03. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) Uma prefeitura destinou a quantia de 54 milhões de reais para a construção de três escolas de educação infantil. A área a ser construída em cada escola é, respectivamente, 1.500 m², 1.200 m² e 900 m² e a quantia destinada à cada escola é diretamente proporcional a área a ser construída.

Sendo assim, a quantia destinada à construção da escola com 1.500 m² é, em reais, igual a

- (A) 22,5 milhões.
- (B) 13,5 milhões.
- (C) 15 milhões.
- (D) 27 milhões.
- (E) 21,75 milhões.

04. (SABESP – Atendente a Clientes 01 – FCC) Uma empresa quer doar a três funcionários um bônus de R\$ 45.750,00. Será feita uma divisão proporcional ao tempo de serviço de cada um deles. Sr. Fortes trabalhou durante 12 anos e 8 meses. Sra. Lourdes trabalhou durante 9 anos e 7 meses e Srta. Matilde trabalhou durante 3 anos e 2 meses. O valor, em reais, que a Srta. Matilde recebeu a menos que o Sr. Fortes é

- (A) 17.100,00.
- (B) 5.700,00.
- (C) 22.800,00.
- (D) 17.250,00.
- (E) 15.000,00.

05. (SESP/MT – Perito Oficial Criminal - Engenharia Civil/Engenharia Elétrica/Física/Matemática – FUNCAB) Maria, Júlia e Carla dividirão R\$ 72.000,00 em partes inversamente proporcionais às suas idades. Sabendo que Maria tem 8 anos, Júlia, 12 e Carla, 24, determine quanto receberá quem ficar com a maior parte da divisão.

- (A) R\$ 36.000,00
- (B) R\$ 60.000,00
- (C) R\$ 48.000,00
- (D) R\$ 24.000,00
- (E) R\$ 30.000,00

06. (PC/SP – Fotógrafo Perito – VUNESP) Uma verba de R\$ 65.000,00 será alocada a três projetos diferentes. A divisão desse dinheiro será realizada de forma diretamente proporcional aos graus de importância dos projetos, que são, respectivamente, 2, 4 e 7. Dessa maneira, a quantia que o projeto mais importante receberá ultrapassa a metade do total da verba em

- (A) R\$ 2.500,00.
- (B) R\$ 9.000,00.
- (C) R\$ 1.000,00.
- (D) R\$ 5.000,00.
- (E) R\$ 7.500,00.

07. (PC/SP – Atendente de Necrotério Policial – VUNESP) No ano de 2008, a Secretaria Nacional de Segurança Pública divulgou o Relatório Descritivo com o Perfil dos Institutos de Medicina Legal (IML) brasileiros. Nesse relatório, consta que, em 2006, as quantidades de IMLs nos Estados do Espírito Santo, de Minas Gerais, do Rio de Janeiro e de São Paulo eram, respectivamente, 2, 20, 9 e 64. Supondo-se que uma verba federal de R\$ 190 milhões fosse destinada aos IMLs desses Estados, e a divisão dessa

verba fosse feita de forma diretamente proporcional a essas quantidades de IMLs por estado, o Estado de São Paulo receberia o valor, em milhões, de

- (A) R\$ 128.
- (B) R\$ 165,5.
- (C) R\$ 98.
- (D) R\$ 156.
- (E) R\$ 47,5.

08. (UFABC/SP – TRADUTOR E INTÉRPRETE DE LINGUAGENS DE SINAIS – VUNESP) Alice, Bianca e Carla trabalharam na organização da biblioteca da escola e, juntas, receberam como pagamento um total de R\$900,00. Como cada uma delas trabalhou um número diferente de horas, as três decidiram que a divisão do dinheiro deveria ser proporcional ao tempo trabalhado. Alice trabalhou por 4 horas, e Bianca, que trabalhou 30 minutos menos do que Alice, recebeu R\$210,00. A parte devida a Carla foi de

- (A) R\$400,00.
- (B) R\$425,00.
- (C) R\$450,00.
- (D) R\$475,00.
- (E) R\$500,00.

09. (EMTU/SP – AGENTE DE FISCALIZAÇÃO – CAIPIMES) Uma calçada retilínea com 171 metros precisa ser dividida em três pedaços de comprimentos proporcionais aos números 2, 3 e 4. O maior pedaço deverá medir:

- (A) 78 metros.
- (B) 82 metros.
- (C) 76 metros.
- (D) 80 metros.

10. (METRÔ/SP - AGENTE DE SEGURANÇA METROVIÁRIA I - FCC) Repartir dinheiro proporcionalmente às vezes dá até briga. Os mais altos querem que seja divisão proporcional à altura. Os mais velhos querem que seja divisão proporcional à idade. Nesse caso, Roberto com 1,75 m e 25 anos e Mônica, sua irmã, com 1,50 m e 20 anos precisavam dividir proporcionalmente a quantia de R\$ 29.250,00. Decidiram, no par ou ímpar, quem escolheria um dos critérios: altura ou idade. Mônica ganhou e decidiu a maneira que mais lhe favorecia. O valor, em reais, que Mônica recebeu a mais do que pela divisão no outro critério, é igual a

- (A) 500.
- (B) 400.
- (C) 300.
- (D) 250.
- (E) 50.

Respostas

01. Resposta: C.

$$5x + 8x + 12x = 750.000$$

$$25x = 750.000$$

$$x = 30.000$$

O mais velho receberá: $12 \cdot 30000 = 360000$

02. Resposta: D.

$$2x + 7x + 6x + 6000 = 36000$$

$$15x = 30000$$

$$x = 2000$$

Como o último recebeu R\$ 6.000,00, significa que ele se dedicou 3 anos a empresa, pois $2000 \cdot 3 = 6000$

03. Resposta: A.

$$1500x + 1200x + 900x = 54000000$$

$$3600x = 54000000$$

$$x = 15000$$

Escola de 1500 m²: 1500.15000 = 22500000 = 22,5 milhões.

04. Resposta: A.

* Fortes: 12 anos e 8 meses = 12.12 + 8 = 144 + 8 = 152 meses

* Lourdes: 9 anos e 7 meses = 9.12 + 7 = 108 + 7 = 115 meses

* Matilde: 3 anos e 2 meses = 3.12 + 2 = 36 + 2 = 38 meses

* TOTAL: 152 + 115 + 38 = 305 meses

* Vamos chamar a quantidade que cada um vai receber de F, L e M.

$$\frac{F}{152} = \frac{L}{115} = \frac{M}{38} = \frac{F + L + M}{152 + 115 + 38} = \frac{45750}{305} = 150$$

Agora, vamos calcular o valor que M e F receberam:

$$\frac{M}{38} = 150$$

$$M = 38 \cdot 150 = \text{R\$ } 5\,700,00$$

$$\frac{F}{152} = 150$$

$$F = 152 \cdot 150 = \text{R\$ } 22\,800,00$$

Por fim, a diferença é: 22 800 – 5700 = R\$ 17 100,00

05. Resposta: A.

$$M + J + C = 72000$$

$$\frac{M}{\frac{1}{8}} = \frac{J}{\frac{1}{12}} = \frac{C}{\frac{1}{24}} = \frac{M+J+C}{\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}} = \frac{72000}{\frac{1}{6}} = \frac{72000 \cdot 24}{6 \cdot 1} = 72000 \cdot 4 = 288000$$

A maior parte ficará para a mais nova (grandeza inversamente proporcional).

Assim:

$$\frac{8 \cdot M}{1} = 288000$$

$$8 \cdot M = 288\,000 \rightarrow M = 288\,000 / 8 \rightarrow M = \text{R\$ } 36\,000,00$$

06. Resposta: A.

Temos que A + B + C = 65 000, por grau de importância temos:

$$A = K \cdot 2$$

$$B = K \cdot 4$$

$$C = K \cdot 7$$

Aplicando na propriedade da divisão proporcional:

$$\frac{A}{2} + \frac{B}{4} + \frac{C}{7} = \frac{A + B + C}{2 + 4 + 7} = \frac{65\,000}{13} = 5000$$

Temos que K = 5000, aplicando acima, vamos descobrir o valor atribuído a cada um projeto:

$$A = 5000 \cdot 2 = 10\,000$$

$$B = 5000 \cdot 4 = 20\,000$$

$$C = 5000 \cdot 7 = 35\,000$$

Como ele quer saber quanto o projeto de maior importância superou a metade da verba total, temos:

$$\text{Metade da verba total} = 65\,000 / 2 = 32\,500$$

Como o valor do projeto de maior importância é 35 000, logo 35 000 – 32 500 = 2 500

07. Resposta: A.

Temos que E + M + R + S = 190 milhões

Então:

$$\frac{E}{2} + \frac{M}{20} + \frac{R}{9} + \frac{S}{64} = \frac{E + M + R + S}{2 + 20 + 9 + 64} = \frac{190\,000\,000}{95} = 2\,000\,000$$

Como queremos saber de o valor de São Paulo:
 $S = 2\,000\,000 \cdot 64 = 128\,000\,000$ ou 128 milhões.

08. Resposta: C.

Alice: 4 horas = 240 minutos
 Bianca: 3 horas 30 minutos = 210 minutos
 K: constante
 $210 \cdot k = 210$
 $k = 1$, cada hora vale R\$ 1,00
 Carla: Y
 $240 + 210 + Y = 900$
 $Y = 900 - 450$
 $Y = 450$

09. Resposta: C.

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = \frac{171}{9} = 19$
 $y = 19 \cdot 4 = 76$ ou
 $2x + 3x + 4x = 171$
 $9x = 171 \rightarrow x = 19$
 Maior pedaço: $4x = 4 \cdot 19 = 76$ metros

10. Resposta: A.

Pela altura:
 $R + M = 29250$
 $\frac{R}{1,75} + \frac{M}{1,50} = \frac{29250}{1,75 + 1,5} = \frac{29250}{3,25} = 9000$
 Mônica: $1 \cdot 5 \cdot 9000 = 13500$
 Pela idade
 $\frac{R}{25} + \frac{M}{20} = \frac{29250}{45} = 650$
 Mônica: $20 \cdot 650 = 13000$
 $13500 - 13000 = 500$

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado **regra de três simples**.

Vejamos a tabela abaixo:

Grandezas	Relação	Descrição
Nº de funcionário x serviço	Direta	MAIS funcionários contratados demanda MAIS serviço produzido
Nº de funcionário x tempo	Inversa	MAIS funcionários contratados exigem MENOS tempo de trabalho
Nº de funcionário x eficiência	Inversa	MAIS eficiência (dos funcionários) exige MENOS funcionários contratados
Nº de funcionário x grau de dificuldade	Direta	Quanto MAIOR o grau de dificuldade de um serviço, MAIS funcionários deverão ser contratados
Serviço x tempo	Direta	MAIS serviço a ser produzido exige MAIS tempo para realiza-lo
Serviço x eficiência	Direta	Quanto MAIOR for a eficiência dos funcionários, MAIS serviço será produzido
Serviço x grau de dificuldade	Inversa	Quanto MAIOR for o grau de dificuldade de um serviço, MENOS serviços serão produzidos
Tempo x eficiência	Inversa	Quanto MAIOR for a eficiência dos funcionários, MENOS tempo será necessário para realizar um determinado serviço
Tempo x grau de dificuldade	Direta	Quanto MAIOR for o grau de dificuldade de um serviço, MAIS tempo será necessário para realizar determinado serviço

Exemplos:

1) Um carro faz 180 km com 15L de álcool. Quantos litros de álcool esse carro gastaria para percorrer 210 km?

O problema envolve duas grandezas: distância e litros de álcool.

Indiquemos por x o número de litros de álcool a ser consumido.

Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha:

Distância (km)		Litros de álcool
180	---	15
210	---	x

Na coluna em que aparece a variável x (“litros de álcool”), vamos colocar uma flecha:

Distância (km)		Litros de álcool
180	---	15
210	---	x

Observe que, se duplicarmos a distância, o consumo de álcool também duplica. Então, as grandezas **distância** e **litros de álcool** são **diretamente proporcionais**. No esquema que estamos montando, indicamos esse fato colocando uma flecha na coluna “distância” no **mesmo sentido** da flecha da coluna “litros de álcool”:

Distância (km)		Litros de álcool
↓ 180	---	15
↓ 210	---	x

As setas estão no **mesmo sentido**

Armando a proporção pela orientação das flechas, temos:

$$\frac{180}{210} = \frac{15}{x} \rightarrow \text{como 180 e 210 podem ser simplificados por 30, temos: } \frac{180:30}{210:30} = \frac{15}{x}$$

$$\frac{180^6}{210^7} = \frac{15}{x} \rightarrow \text{multiplicando cruzado (produto do meio pelos extremos)} \rightarrow 6x = 7.15$$

$$6x = 105 \rightarrow x = \frac{105}{6} = 17,5$$

Resposta: O carro gastaria 17,5 L de álcool.

2) Viajando de automóvel, à velocidade de 50 km/h, eu gastaria 7 h para fazer certo percurso. Aumentando a velocidade para 80 km/h, em quanto tempo farei esse percurso?

Indicando por x o número de horas e colocando as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha, temos:

Velocidade (km/h)		Tempo (h)
50	---	7
80	---	x

Na coluna em que aparece a variável x (“tempo”), vamos colocar uma flecha:

Velocidade (km/h)		Tempo (h)
↑ 50	---	7
↑ 80	---	x

Observe que, se duplicarmos a velocidade, o tempo fica reduzido à metade. Isso significa que as grandezas **velocidade** e **tempo** são **inversamente proporcionais**. No nosso esquema, esse fato é

indicado colocando-se na coluna “velocidade” uma flecha em **sentido contrário** ao da flecha da coluna “tempo”:

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
↑ 50	7 ↓
80	x

As setas em **sentido contrário**

Na montagem da proporção devemos seguir o sentido das flechas. Assim, temos:

$$\frac{7}{x} = \frac{80}{50}, \text{ invertamos este lado} \rightarrow \frac{7}{x} = \frac{80^8}{50^5} \rightarrow 7.5 = 8.x \rightarrow x = \frac{35}{8} \rightarrow x = 4,375 \text{ horas}$$

Como 0,375 corresponde 22 minutos (0,375 x 60 minutos), então o percurso será feito em 4 horas e 22 minutos aproximadamente.

3) Ao participar de um treino de fórmula Indy, um competidor, imprimindo a velocidade média de 180 km/h, faz o percurso em 20 segundos. Se a sua velocidade fosse de 300 km/h, que tempo teria gasto no percurso?

Vamos representar pela letra x o tempo procurado.

Estamos relacionando dois valores da grandeza velocidade (180 km/h e 300 km/h) com dois valores da grandeza tempo (20 s e x s).

Queremos determinar um desses valores, conhecidos os outros três.

Velocidade (km/h)	Tempo (s)
↑ 180	20 ↓
300	x

Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto para fazer o percurso cairá para a metade; logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 180 e 300 são inversamente proporcionais aos números 20 e x.

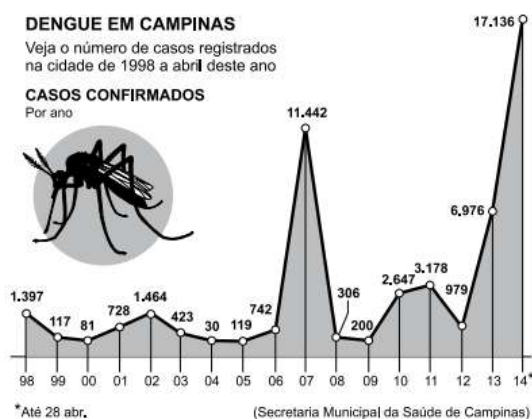
Daí temos:

$$180.20 = 300.x \rightarrow 300x = 3600 \rightarrow x = \frac{3600}{300} \rightarrow x = 12$$

Conclui-se, então, que se o competidor tivesse andando em 300 km/h, teria gasto 12 segundos para realizar o percurso.

Questões

01. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Em 3 de maio de 2014, o jornal Folha de S. Paulo publicou a seguinte informação sobre o número de casos de dengue na cidade de Campinas.



De acordo com essas informações, o número de casos registrados na cidade de Campinas, até 28 de abril de 2014, teve um aumento em relação ao número de casos registrados em 2007, aproximadamente, de

- (A) 70%.
- (B) 65%.
- (C) 60%.
- (D) 55%.
- (E) 50%.

02. (FUNDUNESP – Assistente Administrativo – VUNESP) Um título foi pago com 10% de desconto sobre o valor total. Sabendo-se que o valor pago foi de R\$ 315,00, é correto afirmar que o valor total desse título era de

- (A) R\$ 345,00.
- (B) R\$ 346,50.
- (C) R\$ 350,00.
- (D) R\$ 358,50.
- (E) R\$ 360,00.

03. (PREF. IMARUÍ – AGENTE EDUCADOR – PREF. IMARUÍ) Manoel vendeu seu carro por R\$27.000,00(vinte e sete mil reais) e teve um prejuízo de 10%(dez por cento) sobre o valor de custo do tal veículo, por quanto Manoel adquiriu o carro em questão?

- (A) R\$24.300,00
- (B) R\$29.700,00
- (C) R\$30.000,00
- (D) R\$33.000,00
- (E) R\$36.000,00

04. (Pref. Guarujá/SP – SEDUC – Professor de Matemática – CAIPIMES) Em um mapa, cuja escala era $1:15.10^4$, a menor distância entre dois pontos A e B, medida com a régua, era de 12 centímetros. Isso significa que essa distância, em termos reais, é de aproximadamente:

- (A) 180 quilômetros.
- (B) 1.800 metros.
- (C) 18 quilômetros.
- (D) 180 metros.

05. (CEFET – Auxiliar em Administração – CESGRANRIO) A Bahia (...) é o maior produtor de cobre do Brasil. Por ano, saem do estado 280 mil toneladas, das quais 80 mil são exportadas.

O Globo, Rio de Janeiro: ed. Globo, 12 mar. 2014, p. 24.

Da quantidade total de cobre que sai anualmente do Estado da Bahia, são exportados, aproximadamente,

- (A) 29%
- (B) 36%
- (C) 40%
- (D) 56%
- (E) 80%

06. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Um comerciante comprou uma caixa com 90 balas e irá vender cada uma delas por R\$ 0,45. Sabendo que esse comerciante retirou 9 balas dessa caixa para consumo próprio, então, para receber o mesmo valor que teria com a venda das 90 balas, ele terá que vender cada bala restante na caixa por:

- (A) R\$ 0,50.
- (B) R\$ 0,55.
- (C) R\$ 0,60.
- (D) R\$ 0,65.
- (E) R\$ 0,70.

07. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Em 25 de maio de 2014, o jornal Folha de S. Paulo publicou a seguinte informação sobre a capacidade de retirada de água dos sistemas de abastecimento, em metros cúbicos por segundo (m^3/s):

CAPACIDADE DE RETIRADA DOS SISTEMAS



De acordo com essas informações, o número de segundos necessários para que o sistema Rio Grande retire a mesma quantidade de água que o sistema Cantareira retira em um segundo é:

- (A) 5,4.
- (B) 5,8.
- (C) 6,3.
- (D) 6,6.
- (E) 6,9.

08. (FUNDUNESP – Auxiliar Administrativo – VUNESP) Certo material para laboratório foi adquirido com desconto de 10% sobre o preço normal de venda. Sabendo-se que o valor pago nesse material foi R\$ 1.170,00, é possível afirmar corretamente que seu preço normal de venda é

- (A) R\$ 1.285,00.
- (B) R\$ 1.300,00.
- (C) R\$ 1.315,00.
- (D) R\$ 1.387,00.
- (E) R\$ 1.400,00.

09. (PC/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) A mais antiga das funções do Instituto Médico Legal (IML) é a necropsia. Num determinado período, do total de atendimentos do IML, 30% foram necropsias. Do restante dos atendimentos, todos feitos a indivíduos vivos, 14% procediam de acidentes no trânsito, correspondendo a 588. Pode-se concluir que o total de necropsias feitas pelo IML, nesse período, foi

- (A) 2500.
- (B) 1600.
- (C) 2200.
- (D) 3200.
- (E) 1800.

10. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP) A expectativa de vida do Sr. Joel é de 75 anos e, neste ano, ele completa 60 anos. Segundo esta expectativa, pode-se afirmar que a fração de vida que ele já viveu é

- (A) $\frac{4}{7}$
- (B) $\frac{5}{6}$
- (C) $\frac{4}{5}$
- (D) $\frac{3}{4}$
- (E) $\frac{2}{3}$

11. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP) Foram digitados 10 livros de 200 páginas cada um e armazenados em 0,0001 da capacidade de um microcomputador. Utilizando-se a capacidade total desse microcomputador, o número de livros com 200 páginas que é possível armazenar é

- (A) 100.
- (B) 1000.
- (C) 10000.
- (D) 100000.
- (E) 1000000.

12. (IF/GO – Assistente de Alunos – UFG) Leia o fragmento a seguir

A produção brasileira de arroz projetada para 2023 é de 13,32 milhões de toneladas, correspondendo a um aumento de 11% em relação à produção de 2013.

Disponível em: <http://www.agricultura.gov.br/arq_editor/projecoes-ver_saoatualizada.pdf>. Acesso em: 24 fev. 2014. (Adaptado).

De acordo com as informações, em 2023, a produção de arroz excederá a produção de 2013, em milhões de toneladas, em:

- (A) 1,46
- (B) 1,37
- (C) 1,32
- (D) 1,22

13. (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB) Numa transportadora, 15 caminhões de mesma capacidade transportam toda a carga de um galpão em quatro horas. Se três deles quebrassem, em quanto tempo os outros caminhões fariam o mesmo trabalho?

- (A) 3 h 12 min
- (B) 5 h
- (C) 5 h 30 min
- (D) 6 h
- (E) 6 h 15 min

14. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) Uma receita para fazer 35 bolachas utiliza 225 gramas de açúcar. Mantendo-se as mesmas proporções da receita, a quantidade de açúcar necessária para fazer 224 bolachas é

- (A) 14,4 quilogramas.
- (B) 1,8 quilogramas.
- (C) 1,44 quilogramas.
- (D) 1,88 quilogramas.
- (E) 0,9 quilogramas.

15. (METRÔ/SP – Usinador Ferramenteiro – FCC) Laerte comprou 18 litros de tinta látex que, de acordo com as instruções na lata, rende 200m² com uma demão de tinta. Se Laerte seguir corretamente as instruções da lata, e sem desperdício, depois de pintar 60 m² de parede com duas demãos de tinta látex, sobrarão na lata de tinta comprada por ele

- (A) 6,8L.
- (B) 6,6L.
- (C) 10,8L.
- (D) 7,8L.
- (E) 7,2L.

Respostas

01. Resposta: E.

Utilizaremos uma regra de três simples:

ano	%
11442	----- 100
17136	----- x

$$11442 \cdot x = 17136 \cdot 100 \quad x = 1713600 / 11442 = 149,8\% \text{ (aproximado)}$$

149,8% – 100% = 49,8%
Aproximando o valor, teremos 50%

02. Resposta: C.

Se R\$ 315,00 já está com o desconto de 10%, então R\$ 315,00 equivale a 90% (100% - 10%).
Utilizaremos uma regra de três simples:

\$	%
315 -----	90
x -----	100

$$90.x = 315. 100 \quad x = 31500 / 90 = \text{R\$ } 350,00$$

03. Resposta: C.

Como ele teve um prejuízo de 10%, quer dizer 27000 é 90% do valor total.

Valor	%
27000 -----	90
X -----	100

$$\frac{27000}{x} = \frac{90^9}{100^{10}} \rightarrow \frac{27000}{x} = \frac{9}{10} \rightarrow 9.x = 27000.10 \rightarrow 9x = 270000 \rightarrow x = 30000.$$

04. Resposta: C.

1: 15.10⁴ equivale a 1:150000, ou seja, para cada 1 cm do mapa, teremos 150.000 cm no tamanho real. Assim, faremos uma regra de três simples:

mapa	real
1 -----	150000
12 -----	x

$$1.x = 12. 150000 \quad x = 1.800.000 \text{ cm} = 18 \text{ km}$$

05. Resposta: A.

Faremos uma regra de três simples:

cobre	%
280 -----	100
80 -----	x

$$280.x = 80. 100 \quad x = 8000 / 280 \quad x = 28,57\%$$

06. Resposta: A.

Vamos utilizar uma regra de três simples:

Balas	\$
1 -----	0,45
90 -----	x

$$1.x = 0,45. 90$$

$$x = \text{R\$ } 40,50 \text{ (total)}$$

$$* 90 - 9 = 81 \text{ balas}$$

Novamente, vamos utilizar uma regra de três simples:

Balas	\$
81 -----	40,50
1 -----	y

$$81.y = 1. 40,50$$

$$y = 40,50 / 81$$

$$y = \text{R\$ } 0,50 \text{ (cada bala)}$$

07. Resposta: D.

Utilizaremos uma regra de três simples INVERSA:

m ³	seg
33 -----	1
5 -----	x

$$5.x = 33 . 1 \quad x = 33 / 5 = 6,6 \text{ seg}$$

08. Resposta: B.

Utilizaremos uma regra de três simples:

$$\begin{array}{r} \$ \quad \quad \% \\ 1170 \text{ -----} 90 \\ x \text{ -----} 100 \\ 90 \cdot x = 1170 \cdot 100 \quad x = 117000 / 90 = \text{R\$ } 1.300,00 \end{array}$$

09. Resposta: E.

O restante de atendimento é de $100\% - 30\% = 70\%$ (restante)

Utilizaremos uma regra de três simples:

Restante:

$$\begin{array}{r} \text{atendimentos} \quad \% \\ 588 \text{ -----} 14 \\ x \text{ -----} 100 \\ 14 \cdot x = 588 \cdot 100 \quad x = 58800 / 14 = 4200 \text{ atendimentos (restante)} \end{array}$$

Total:

$$\begin{array}{r} \text{atendimentos} \quad \% \\ 4200 \text{ -----} 70 \\ x \text{ -----} 30 \\ 70 \cdot x = 4200 \cdot 30 \quad x = 126000 / 70 = 1800 \text{ atendimentos} \end{array}$$

10. Resposta: C.

Considerando 75 anos o inteiro (1), utilizaremos uma regra de três simples:

$$\begin{array}{r} \text{idade} \quad \quad \text{fração} \\ 75 \text{ -----} 1 \\ 60 \text{ -----} x \\ 75 \cdot x = 60 \cdot 1 \quad x = 60 / 75 = 4 / 5 \text{ (simplificando por 15)} \end{array}$$

11. Resposta: D.

Neste caso, a capacidade total é representada por 1 (inteiro).

Assim, utilizaremos uma regra de três simples:

$$\begin{array}{r} \text{livros} \quad \quad \text{capacidade} \\ 10 \text{ -----} 0,0001 \\ x \text{ -----} 1 \\ 0,0001 \cdot x = 10 \cdot 1 \quad x = 10 / 0,0001 = 100.000 \text{ livros} \end{array}$$

12. Resposta: C.

$$\begin{array}{r} \text{Toneladas} \quad \% \\ 13,32 \text{ -----} 111 \\ x \text{ -----} 11 \\ 111 \cdot x = 13,32 \cdot 11 \\ x = 146,52 / 111 \\ x = 1,32 \end{array}$$

13. Resposta: B.

Vamos utilizar uma Regra de Três Simples Inversa, pois, quanto menos caminhões tivermos, mais horas demorará para transportar a carga:

$$\begin{array}{r} \text{caminhões} \quad \quad \text{horas} \\ 15 \text{ -----} 4 \\ (15 - 3) \text{ -----} x \\ 12 \cdot x = 4 \cdot 15 \rightarrow x = 60 / 12 \rightarrow x = 5 \text{ h} \end{array}$$

14. Resposta: C.

$$\begin{array}{r} \text{Bolachas açúcar} \\ 35 \text{ -----} 225 \\ 224 \text{ -----} x \\ x = \frac{224 \cdot 225}{35} = 1440 \text{ gramas} = 1,44 \text{ quilogramas} \end{array}$$

15. Resposta: E.

18L----200m²

x-----120

x=10,8L

Ou seja, pra 120m² (duas demãos de 60 m²) ele vai gastar 10,8 l, então sobraram:

18-10,8=7,2L

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais, é chamado **regra de três composta**.

Exemplos:

1) Em 4 dias 8 máquinas produziram 160 peças. Em quanto tempo 6 máquinas iguais às primeiras produziram 300 dessas peças?

Indiquemos o número de dias por x . Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma só coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha. Na coluna em que aparece a variável x (“dias”), coloquemos uma flecha:

Máquinas	Peças	Dias
8	160	4
6	300	x

↓

Iremos comparar cada grandeza com aquela em que está o x .

As grandezas **peças** e **dias** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna “peças” uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna “dias”:

Máquinas	Peças	Dias
8	160	4
6	300	x

↓

Mesmo sentido

As grandezas **máquinas** e **dias** são inversamente proporcionais (duplicando o número de máquinas, o número de dias fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna (máquinas) uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna “dias”:

Máquinas	Peças	Dias
8	160	4
6	300	x

↓

Sentidos contrários

Agora vamos montar a proporção, igualando a razão que contém o x , que é $\frac{4}{x}$, com o produto das outras razões, obtidas segundo a orientação das flechas $\left(\frac{6}{8} \cdot \frac{160}{300}\right)$:

$$\frac{4}{x} = \frac{6^2}{8^1} \cdot \frac{160^{8^1}}{300^{16^1}}$$

Simplificando as proporções obtemos:

$$\frac{4}{x} = \frac{2}{5} \rightarrow 2x = 4.5 \rightarrow x = \frac{4.5}{2} \rightarrow x = 10$$

Resposta: Em 10 dias.

2) Uma empreiteira contratou 210 pessoas para pavimentar uma estrada de 300 km em 1 ano. Após 4 meses de serviço, apenas 75 km estavam pavimentados. Quantos empregados ainda devem ser contratados para que a obra seja concluída no tempo previsto?

Iremos comparar cada grandeza com aquela em que está o x .

As grandezas “**pessoas**” e “**tempo**” são inversamente proporcionais (duplicando o número de pessoas, o tempo fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna “tempo” uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna “pessoas”:

Pessoas	Estrada	Tempo
210	75	4
x	225	8

Sentidos contrários

As grandezas “**pessoas**” e “**estrada**” são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna “estrada” uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna “pessoas”:

Pessoas	Estrada	Tempo
210	75	4
x	225	8

Mesmo sentido

$$\frac{210}{x} = \frac{75^1}{225^3} \cdot \frac{8^2}{4^1} \rightarrow \frac{210}{x} = \frac{2}{3} \rightarrow 210 \cdot 3 = 2x \rightarrow 2x = 630 \rightarrow x = 315$$

Como já haviam 210 pessoas trabalhando, logo $315 - 210 = 105$ pessoas.
 Reposta: Devem ser contratados 105 pessoas.

Referências

MARIANO, Fabrício – *Matemática Financeira para Concursos – 3ª Edição – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.*

Questões

01. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC) O trabalho de varrição de 6.000 m² de calçada é feita em um dia de trabalho por 18 varredores trabalhando 5 horas por dia. Mantendo-se as mesmas proporções, 15 varredores varrerão 7.500 m² de calçadas, em um dia, trabalhando por dia, o tempo de

- (A) 8 horas e 15 minutos.
- (B) 9 horas.
- (C) 7 horas e 45 minutos.
- (D) 7 horas e 30 minutos.
- (E) 5 horas e 30 minutos.

02. (PREF. CORBÉLIA/PR – CONTADOR – FAUEL) Uma equipe constituída por 20 operários, trabalhando 8 horas por dia durante 60 dias, realiza o calçamento de uma área igual a 4800 m². Se essa equipe fosse constituída por 15 operários, trabalhando 10 horas por dia, durante 80 dias, faria o calçamento de uma área igual a:

- (A) 4500 m²
- (B) 5000 m²
- (C) 5200 m²
- (D) 6000 m²
- (E) 6200 m²

03. (PC/SP – OFICIAL ADMINISTRATIVO – VUNESP) Dez funcionários de uma repartição trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas. Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será:

- (A) 29.
- (B) 30.
- (C) 33.
- (D) 28.
- (E) 31.

04. (TRF 3ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC) Sabe-se que uma máquina copiadora imprime 80 cópias em 1 minuto e 15 segundos. O tempo necessário para que 7 máquinas copadoras, de mesma capacidade que a primeira citada, possam imprimir 3360 cópias é de

- (A) 15 minutos.
- (B) 3 minutos e 45 segundos.
- (C) 7 minutos e 30 segundos.
- (D) 4 minutos e 50 segundos.
- (E) 7 minutos.

05. (METRÔ/SP – Analista Desenvolvimento Gestão Júnior – Administração de Empresas – FCC)

Para inaugurar no prazo a estação XYZ do Metrô, o prefeito da cidade obteve a informação de que os 128 operários, de mesma capacidade produtiva, contratados para os trabalhos finais, trabalhando 6 horas por dia, terminariam a obra em 42 dias. Como a obra tem que ser terminada em 24 dias, o prefeito autorizou a contratação de mais operários, e que todos os operários (já contratados e novas contratações) trabalhassem 8 horas por dia. O número de operários contratados, além dos 128 que já estavam trabalhando, para que a obra seja concluída em 24 dias, foi igual a

- (A) 40.
- (B) 16.
- (C) 80.
- (D) 20.
- (E) 32.

06. (PRODAM/AM – Assistente – FUNCAB) Para digitalizar 1.000 fichas de cadastro, 16 assistentes trabalharam durante dez dias, seis horas por dia. Dez assistentes, para digitalizar 2.000 fichas do mesmo modelo de cadastro, trabalhando oito horas por dia, executarão a tarefa em quantos dias?

- (A) 14
- (B) 16
- (C) 18
- (D) 20
- (E) 24

07. (CEFET – Auxiliar em Administração – CESGRANRIO) No Brasil, uma família de 4 pessoas produz, em média, 13 kg de lixo em 5 dias. Mantida a mesma proporção, em quantos dias uma família de 5 pessoas produzirá 65 kg de lixo?

- (A) 10
- (B) 16
- (C) 20
- (D) 32
- (E) 40

08. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST) Na safra passada, um fazendeiro usou 15 trabalhadores para cortar sua plantação de cana de 210 hectares. Trabalhando 7 horas por dia, os trabalhadores concluíram o trabalho em 6 dias exatos. Este ano, o fazendeiro plantou 480 hectares de cana e dispõe de 20 trabalhadores dispostos a trabalhar 6 horas por dia. Em quantos dias o trabalho ficará concluído?

Obs.: Admita que todos os trabalhadores tenham a mesma capacidade de trabalho.

- (A) 10 dias
- (B) 11 dias
- (C) 12 dias
- (D) 13 dias
- (E) 14 dias

09. (PC/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Dez funcionários de uma repartição trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas.

Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será

- (A) 29.
- (B) 30.
- (C) 33.
- (D) 28.
- (E) 31.

10. (BNB – Analista Bancário – FGV) Em uma agência bancária, dois caixas atendem em média seis clientes em 10 minutos. Considere que, nesta agência, todos os caixas trabalham com a mesma eficiência e que a média citada sempre é mantida. Assim, o tempo médio necessário para que cinco caixas atendam 45 clientes é de:

- (A) 45 minutos;
- (B) 30 minutos;
- (C) 20 minutos;
- (D) 15 minutos;
- (E) 10 minutos.

Respostas

01. Resposta: D.

Comparando- se cada grandeza com aquela onde está o x.

$m^2 \uparrow$ varredores \downarrow horas \uparrow
 6000-----18----- 5
 7500-----15----- x

Quanto mais a área, mais horas (diretamente proporcionais)

Quanto menos trabalhadores, mais horas (inversamente proporcionais)

$$\frac{5}{x} = \frac{6000}{7500} \cdot \frac{15}{18}$$

$$6000 \cdot 15 \cdot x = 5 \cdot 7500 \cdot 18$$

$$90000x = 675000$$

$$x = 7,5 \text{ horas}$$

Como 0,5 h equivale a 30 minutos, logo o tempo será de 7 horas e 30 minutos.

02. Resposta: D.

Operários \uparrow horas \uparrow dias \uparrow área \uparrow
 20-----8-----60-----4800
 15-----10-----80----- x

Todas as grandezas são diretamente proporcionais, logo:

$$\frac{4800}{x} = \frac{20}{15} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{60}{80}$$

$$20 \cdot 8 \cdot 60 \cdot x = 4800 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 80$$

$$9600x = 5760000$$

$$x = 6000m^2$$

03. Resposta: B.

Temos 10 funcionários inicialmente, com os afastamento esse número passou para 8. Se eles trabalham 8 horas por dia, passarão a trabalhar uma hora a mais perfazendo um total de 9 horas, nesta condições temos:

Funcionários \uparrow horas \uparrow dias \downarrow
 10-----8-----27
 8-----9----- x

Quanto menos funcionários, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Quanto mais horas por dia, menos dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Funcionários↓	horas↓	dias↓
8-----	9-----	27
10-----	8-----	x

$$\frac{27}{x} = \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{8} \rightarrow x \cdot 8 \cdot 9 = 27 \cdot 10 \cdot 8 \rightarrow 72x = 2160 \rightarrow x = 30 \text{ dias.}$$

04. Resposta: C.

Transformando o tempo para segundos: 1 min e 15 segundos = 75 segundos

Quanto mais máquinas menor o tempo (flecha contrária) e quanto mais cópias, mais tempo (flecha mesma posição)

Máquina↑	cópias↓	tempo↓
1-----	80-----	75 segundos
7-----	3360-----	x

Devemos deixar as 3 grandezas da mesma forma, invertendo os valores de "máquina".

Máquina↓	cópias↓	tempo↓
7-----	80-----	75 segundos
1-----	3360-----	x

$$\frac{75}{x} = \frac{7}{1} \cdot \frac{80}{3360} \rightarrow x \cdot 7 \cdot 80 = 75 \cdot 1 \cdot 3360 \rightarrow 560x = 252000 \rightarrow x = 450 \text{ segundos}$$

Transformando

minuto----60segundos

x-----450

x = 7,5 minutos = 7 minutos e 30segundos.

05. Resposta: A.

Vamos utilizar a Regra de Três Composta:

↑Operários	↓ horas	dias↓
128 -----	6 -----	42
x -----	8 -----	24

Quanto mais operários, menos horas trabalhadas (inversamente)

Quanto mais funcionários, menos dias (inversamente)

↓ Operários	↓ horas	dias↓
x -----	6 -----	42
128 -----	8 -----	24

$$\frac{x}{128} = \frac{6}{8} \cdot \frac{42}{24}$$

$$\frac{x}{128} = \frac{1}{8} \cdot \frac{42}{4}$$

$$\frac{x}{128} = \frac{1}{8} \cdot \frac{21}{2}$$

$$16x = 128 \cdot 21$$

$$x = 8 \cdot 21 = 168$$

168 – 128 = 40 funcionários a mais devem ser contratados.

06. Resposta: E.

Fichas↓	Assistentes↑	dias↓	horas↑
1000 -----	16 -----	10 -----	6
2000 -----	10 -----	x -----	8

Quanto mais fichas, mais dias devem ser trabalhados (diretamente proporcionais).

Quanto menos assistentes, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Quanto mais horas por dia, menos dias (inversamente proporcionais).

Fichas↓	Assistentes↓	dias↓	horas↓
---------	--------------	-------	--------

$$\begin{array}{r} 1000 \text{ ----- } 10 \text{ ----- } 10 \text{ ----- } 8 \\ 2000 \text{ ----- } 16 \text{ ----- } x \text{ ----- } 6 \\ \frac{10}{x} = \frac{1000}{2000} \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{8}{6} \end{array}$$

$$\frac{10}{x} = \frac{80000}{192000}$$

$$80 \cdot x = 192 \cdot 10$$

$$x = \frac{1920}{80}$$

$$x = 24 \text{ dias}$$

07. Resposta: C.

Faremos uma regra de três composta:

$$\begin{array}{r} \text{Pessoas} \downarrow \quad \text{Kg} \uparrow \quad \text{dias} \uparrow \\ 4 \text{ ----- } 13 \text{ ----- } 5 \\ 5 \text{ ----- } 65 \text{ ----- } x \end{array}$$

Mais pessoas irão levar menos dias para produzir a mesma quantidade de lixo (grandezas inversamente proporcionais).

Mais quilos de lixo levam mais dias para serem produzidos (grandezas diretamente proporcionais).

$$\frac{5}{x} = \frac{5}{4} \cdot \frac{13}{65}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{65}{260}$$

$$65 \cdot x = 5 \cdot 260$$

$$x = 1300 / 65$$

$$x = 20 \text{ dias}$$

08. Resposta: C.

Faremos uma regra de três composta:

$$\begin{array}{r} \text{Trabalhadores} \downarrow \quad \text{Hectares} \uparrow \quad \text{h / dia} \downarrow \quad \text{dias} \uparrow \\ 15 \text{ ----- } 210 \text{ ----- } 7 \text{ ----- } 6 \\ 20 \text{ ----- } 480 \text{ ----- } 6 \text{ ----- } x \end{array}$$

Mais trabalhadores irão levar menos dias para concluir o trabalho (grandezas inversamente proporcionais).

Mais hectares levam mais dias para se concluir o trabalho (grandezas diretamente proporcionais).

Menos horas por dia de trabalho serão necessários mais dias para concluir o trabalho (grandezas inversamente proporcionais).

$$\frac{6}{x} = \frac{20}{15} \cdot \frac{210}{480} \cdot \frac{6}{7}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{25200}{50400}$$

$$25200 \cdot x = 6 \cdot 50400 \rightarrow x = 302400 / 25200 \rightarrow x = 12 \text{ dias}$$

09. Resposta: B.

$$\begin{array}{r} \text{Funcionários} \downarrow \quad \text{horas} \downarrow \quad \text{dias} \uparrow \\ 10 \text{ ----- } 8 \text{ ----- } 27 \\ 8 \text{ ----- } 9 \text{ ----- } x \end{array}$$

Quanto menos funcionários, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Quanto mais horas por dia, menos dias (inversamente proporcionais).

$$\begin{array}{r} \text{Funcionários} \downarrow \quad \text{horas} \downarrow \quad \text{dias} \downarrow \\ 10 \text{ ----- } 8 \text{ ----- } x \\ 8 \text{ ----- } 9 \text{ ----- } 27 \end{array}$$

$$\frac{x}{27} = \frac{10}{8} \cdot \frac{8}{9}$$

$$72x = 2160$$

$$x = 30 \text{ dias}$$

10. Resposta: B.

caixas↓	-----	clientes↑	-----	minutos↑
2		6		10
5		45		x

Quanto mais caixas, menos minutos levará para o atendimento (inversamente proporcionais).

Quanto mais clientes, mais minutos para o atendimento (diretamente proporcionais).

caixas↑	-----	clientes↑	-----	minutos↑
5		6		10
2		45		x

$$\frac{10}{x} = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{45} \qquad \frac{10}{x} = \frac{30}{90}$$

$$30 \cdot x = 90 \cdot 10 \qquad x = \frac{900}{30}$$

$$x = 30 \text{ minutos}$$

PORCENTAGEM

Razões de denominador 100 que são chamadas de *razões centesimais* ou *taxas percentuais* ou simplesmente de *porcentagem*. Servem para representar de uma maneira prática o "quanto" de um "todo" se está referenciando.

Costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo % (Lê-se: "por cento").

$$x\% = \frac{x}{100}$$

Exemplos:

1) A tabela abaixo indica, em reais, os resultados das aplicações financeiras de Oscar e Marta entre 02/02/2013 e 02/02/2014.

	Banco	Saldo em 02/02/2013	Saldo em 02/02/2014	Rendimento
Oscar	A	500	550	50
Marta	B	400	450	50

Notamos que a razão entre os rendimentos e o saldo em 02/02/2013 é:

$$\frac{50}{500}, \text{ para Oscar, no Banco A;}$$

$$\frac{50}{400}, \text{ para Marta, no Banco B.}$$

Quem obteve melhor rentabilidade?

Uma das maneiras de compará-las é expressá-las com o mesmo denominador (no nosso caso o 100), para isso, vamos simplificar as frações acima:

$$\text{Oscar} \Rightarrow \frac{50}{500} = \frac{10}{100}, = 10\%$$

$$\text{Marta} \Rightarrow \frac{50}{400} = \frac{12,5}{100}, = 12,5\%$$

Com isso podemos concluir, Marta obteve uma rentabilidade maior que Oscar ao investir no Banco B.

2) Em uma classe com 30 alunos, 18 são rapazes e 12 são moças. Qual é a taxa percentual de rapazes na classe?

Resolução:

A razão entre o número de rapazes e o total de alunos é $\frac{18}{30}$. Devemos expressar essa razão na forma centesimal, isto é, precisamos encontrar x tal que:

$$\frac{18}{30} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 60$$

E a taxa percentual de rapazes é 60%. Poderíamos ter dividido 18 por 30, obtendo:

$$\frac{18}{30} = 0,60(.100\%) = 60\%$$

- Lucro e Prejuízo

É a diferença entre o preço de venda e o preço de custo.

Caso a diferença seja positiva, temos o **lucro(L)**, caso seja negativa, temos **prejuízo(P)**.

Lucro (L) = Preço de Venda (V) – Preço de Custo (C).

Podemos ainda escrever:

$$C + L = V \text{ ou } L = V - C$$

$$P = C - V \text{ ou } V = C - P$$

A forma percentual é:

Lucro sobre o custo = $\frac{\text{lucro}}{\text{preço de custo}} \cdot 100\%$
Lucro sobre a venda = $\frac{\text{lucro}}{\text{preço de venda}} \cdot 100\%$

Exemplos:

1) Um objeto custa R\$ 75,00 e é vendido por R\$ 100,00. Determinar:

- a) a porcentagem de lucro em relação ao preço de custo;
- b) a porcentagem de lucro em relação ao preço de venda.

Resolução:

Preço de custo + lucro = preço de venda $\rightarrow 75 + \text{lucro} = 100 \rightarrow \text{Lucro} = \text{R\$ } 25,00$

$$a) \frac{\text{lucro}}{\text{preço de custo}} \cdot 100\% \cong 33,33\%$$

$$b) \frac{\text{lucro}}{\text{preço de venda}} \cdot 100\% = 25\%$$

2) O preço de venda de um bem de consumo é R\$ 100,00. O comerciante tem um ganho de 25% sobre o preço de custo deste bem. O valor do preço de custo é:

- A) R\$ 25,00
- B) R\$ 70,50
- C) R\$ 75,00
- D) R\$ 80,00
- E) R\$ 125,00

Resolução:

$\frac{L}{C} \cdot 100\% = 25\% \Rightarrow 0,25$, o lucro é calculado em cima do Preço de Custo(PC).

$$C + L = V \rightarrow C + 0,25 \cdot C = V \rightarrow 1,25 \cdot C = 100 \rightarrow C = 80,00$$

Resposta D

- Aumento e Desconto Percentuais

A) Aumentar um valor V em $p\%$, equivale a multiplicá-lo por $(1 + \frac{p}{100}) \cdot V$.

Logo:

$$V_A = (1 + \frac{p}{100}) \cdot V$$

Exemplos:

1 - Aumentar um valor V de 20% , equivale a multiplicá-lo por $1,20$, pois:

$$(1 + \frac{20}{100}) \cdot V = (1+0,20) \cdot V = 1,20 \cdot V$$

2 - Aumentar um valor V de 200% , equivale a multiplicá-lo por 3 , pois:

$$(1 + \frac{200}{100}) \cdot V = (1+2) \cdot V = 3 \cdot V$$

3) Aumentando-se os lados a e b de um retângulo de 15% e 20% , respectivamente, a área do retângulo é aumentada de:

- A) 35%
- B) 30%
- C) $3,5\%$
- D) $3,8\%$
- E) 38%

Resolução:

Área inicial: $a \cdot b$

Com aumento: $(a \cdot 1,15) \cdot (b \cdot 1,20) \rightarrow 1,38 \cdot a \cdot b$ da área inicial. Logo o aumento foi de 38% .

Resposta E

B) Diminuir um valor V em $p\%$, equivale a multiplicá-lo por $(1 - \frac{p}{100}) \cdot V$.

Logo:

$$V_D = (1 - \frac{p}{100}) \cdot V$$

Exemplos:

1) Diminuir um valor V de 20% , equivale a multiplicá-lo por $0,80$, pois:

$$(1 - \frac{20}{100}) \cdot V = (1-0,20) \cdot V = 0,80 \cdot V$$

2) Diminuir um valor V de 40% , equivale a multiplicá-lo por $0,60$, pois:

$$(1 - \frac{40}{100}) \cdot V = (1-0,40) \cdot V = 0,60 \cdot V$$

3) O preço do produto de uma loja sofreu um desconto de 8% e ficou reduzido a R\$ $115,00$. Qual era seu valor antes do desconto?

Temos que $V_D = 115$, $p = 8\%$ e $V = ?$ é o valor que queremos achar.

$$V_D = (1 - \frac{p}{100}) \cdot V \rightarrow 115 = (1-0,08) \cdot V \rightarrow 115 = 0,92V \rightarrow V = 115/0,92 \rightarrow V = 125$$

O valor antes do desconto é de R\$ $125,00$.

*A esse valor final de $(1 + \frac{p}{100})$ ou $(1 - \frac{p}{100})$, é o que chamamos de **fator de multiplicação**, muito útil para resolução de cálculos de porcentagem. O mesmo pode ser um **acréscimo** ou **decréscimo** no valor do produto.*

Abaixo a tabela com alguns fatores de multiplicação:

%	Fator de multiplicação - Acréscimo	Fator de multiplicação - Decréscimo
10%	1,1	0,9
15%	1,15	0,85
18%	1,18	0,82
20%	1,2	0,8
63%	1,63	0,37
86%	1,86	0,14
100%	2	0

- Aumentos e Descontos Sucessivos

São valores que aumentam ou diminuem sucessivamente. Para efetuar os respectivos descontos ou aumentos, fazemos uso dos fatores de multiplicação.

Vejamos alguns exemplos:

1) Dois aumentos sucessivos de 10% equivalem a um único aumento de...?

Utilizando $V_A = (1 + \frac{p}{100}) \cdot V \rightarrow V \cdot 1,1$, como são dois de 10% temos $\rightarrow V \cdot 1,1 \cdot 1,1 \rightarrow V \cdot 1,21$

Analisando o fator de multiplicação 1,21; concluímos que esses dois aumentos significam um único aumento de 21%.

Observe que: esses dois aumentos de 10% equivalem a 21% e não a 20%.

2) Dois descontos sucessivos de 20% equivalem a um único desconto de:

Utilizando $V_D = (1 - \frac{p}{100}) \cdot V \rightarrow V \cdot 0,8 \cdot 0,8 \rightarrow V \cdot 0,64$. . Analisando o fator de multiplicação 0,64, observamos que esse percentual não representa o valor do desconto, mas sim o valor pago com o desconto. Para sabermos o valor que representa o desconto é só fazermos o seguinte cálculo:

$$100\% - 64\% = 36\%$$

Observe que: esses dois descontos de 20% equivalem a 36% e não a 40%.

3) Certo produto industrial que custava R\$ 5.000,00 sofreu um acréscimo de 30% e, em seguida, um desconto de 20%. Qual o preço desse produto após esse acréscimo e desconto?

Utilizando $V_A = (1 + \frac{p}{100}) \cdot V$ para o aumento e $V_D = (1 - \frac{p}{100}) \cdot V$, temos:

$V_A = 5000 \cdot (1,3) = 6500$ e $V_D = 6500 \cdot (0,80) = 5200$, podemos, para agilizar os cálculos, juntar tudo em uma única equação:

$$5000 \cdot 1,3 \cdot 0,8 = 5200$$

Logo o preço do produto após o acréscimo e desconto é de R\$ 5.200,00

Referências

IEZZI, Gelson – Fundamentos da Matemática – Vol. 11 – Financeira e Estatística Descritiva

IEZZI, Gelson – Matemática Volume Único

<http://www.porcentagem.org>

<http://www.infoescola.com>

Questões

01. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria) Marcos comprou um produto e pagou R\$ 108,00, já inclusos 20% de juros. Se tivesse comprado o produto, com 25% de desconto, então, Marcos pagaria o valor de:

- (A) R\$ 67,50
- (B) R\$ 90,00
- (C) R\$ 75,00
- (D) R\$ 72,50

02. (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP – Analista Técnico Legislativo – Designer Gráfico – VUNESP) O departamento de Contabilidade de uma empresa tem 20 funcionários, sendo que 15% deles são estagiários. O departamento de Recursos Humanos tem 10 funcionários, sendo 20% estagiários. Em relação ao total de funcionários desses dois departamentos, a fração de estagiários é igual a

- (A) 1/5.
- (B) 1/6.
- (C) 2/5.
- (D) 2/9.
- (E) 3/5.

03. (Prof. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria) Quando calculamos 15% de 1.130, obtemos, como resultado

- (A) 150
- (B) 159,50;
- (C) 165,60;
- (D) 169,50.

04. (ALMG – Analista de Sistemas – Administração de Rede – FUMARC) O Relatório Setorial do Banco do Brasil publicado em 02/07/2013 informou:

[...] Após queda de 2,0% no mês anterior, segundo o Cepea/Esalq, as cotações do açúcar fecharam o último mês com alta de 1,2%, atingindo R\$ 45,03 / saca de 50 kg no dia 28. De acordo com especialistas, o movimento se deve à menor oferta de açúcar de qualidade, além da firmeza nas negociações por parte dos vendedores. Durante o mês de junho, o etanol mostrou maior recuperação que o açúcar, com a cotação do hidratado chegando a R\$ 1,1631/litro (sem impostos), registrando alta de 6,5%. A demanda aquecida e as chuvas que podem interromper mais uma vez a moagem de cana-de-açúcar explicam cenário mais positivo para o combustível.

Fonte: BB-BI Relatório Setorial: Agronegócios-junho/2013 - publicado em 02/07/2013.

Com base nos dados apresentados no Relatório Setorial do Banco do Brasil, é CORRETO afirmar que o valor, em reais, da saca de 50 kg de açúcar no mês de maio de 2013 era igual a

- (A) 42,72
- (B) 43,86
- (C) 44,48
- (D) 54,03

05. (Câmara de Chapecó/SC – Assistente de Legislação e Administração – OBJETIVA) Em determinada loja, um sofá custa R\$ 750,00, e um tapete, R\$ 380,00. Nos pagamentos com cartão de crédito, os produtos têm 10% de desconto e, nos pagamentos no boleto, têm 8% de desconto. Com base nisso, realizando-se a compra de um sofá e um tapete, os valores totais a serem pagos pelos produtos nos pagamentos com cartão de crédito e com boleto serão, respectivamente:

- (A) R\$ 1.100,00 e R\$ 1.115,40.
- (B) R\$ 1.017,00 e R\$ 1.039,60.
- (C) R\$ 1.113,00 e R\$ 1.122,00.
- (D) R\$ 1.017,00 e R\$ 1.010,00.

06. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST) Um vendedor recebe comissões mensais da seguinte maneira: 5% nos primeiros 10.000 reais vendidos no mês, 6% nos próximos 10.000,00 vendidos, e 7% no valor das vendas que excederem 20.000 reais. Se o total de vendas em certo mês foi de R\$ 36.000,00, quanto será a comissão do vendedor?

- (A) R\$ 2.120,00
- (B) R\$ 2.140,00
- (C) R\$ 2.160,00
- (D) R\$ 2.180,00
- (E) R\$ 2.220,00

07. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST) Uma loja compra televisores por R\$ 1.500,00 e os revende com um acréscimo de 40%. Na liquidação, o preço de revenda do televisor é diminuído em 35%. Qual o preço do televisor na liquidação?

- (A) R\$ 1.300,00
- (B) R\$ 1.315,00
- (C) R\$ 1.330,00
- (D) R\$ 1.345,00
- (E) R\$ 1.365,00

08. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) O preço de venda de um produto, descontado um imposto de 16% que incide sobre esse mesmo preço, supera o preço de compra em 40%, os quais constituem o lucro líquido do vendedor. Em quantos por cento, aproximadamente, o preço de venda é superior ao de compra?

- (A) 67%.
- (B) 61%.
- (C) 65%.
- (D) 63%.
- (E) 69%.

09. (PM/SE – Soldado 3ª Classe – FUNCAB) Numa liquidação de bebidas, um atacadista fez a seguinte promoção:

Cerveja em lata: R\$ 2,40 a unidade.
Na compra de duas embalagens com 12 unidades cada, ganhe 25% de desconto no valor da segunda embalagem.

Alexandre comprou duas embalagens nessa promoção e revendeu cada unidade por R\$3,50. O lucro obtido por ele com a revenda das latas de cerveja das duas embalagens completas foi:

- (A) R\$ 33,60
- (B) R\$ 28,60
- (C) R\$ 26,40
- (D) R\$ 40,80
- (E) R\$ 43,20

10. (Prof. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria) Marcos gastou 30% de 50% da quantia que possuía e mais 20% do restante. A porcentagem que lhe sobrou do valor, que possuía é de:

- (A) 58%
- (B) 68%
- (C) 65%
- (D) 77,5%

Respostas

01. Resposta: A.

Como o produto já está acrescido de 20% juros sobre o seu preço original, temos que:

$$100\% + 20\% = 120\%$$

Precisamos encontrar o preço original (100%) da mercadoria para podermos aplicarmos o desconto.

Utilizaremos uma regra de 3 simples para encontrarmos:

R\$	%
108 ----	120
X -----	100

$$120x = 108 \cdot 100 \rightarrow 120x = 10800 \rightarrow x = 10800/120 \rightarrow x = 90,00$$

O produto sem o juros, preço original, vale R\$ 90,00 e representa 100%. Logo se receber um desconto de 25%, significa ele pagará 75% ($100 - 25 = 75\%$) $\rightarrow 90 \cdot 0,75 = 67,50$

Então Marcos pagou R\$ 67,50.

02. Resposta: B.

* Dep. Contabilidade: $\frac{15}{100} \cdot 20 = \frac{30}{10} = 3 \rightarrow 3$ (estagiários)

* Dep. R.H.: $\frac{20}{100} \cdot 10 = \frac{200}{100} = 2 \rightarrow 2$ (estagiários)

$$* \text{Total} = \frac{\text{números estagiários}}{\text{números de funcionários}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

03. Resposta: D.

$$15\% \text{ de } 1130 = 1130 \cdot 0,15 \text{ ou } 1130 \cdot 15/100 \rightarrow 169,50$$

04. Resposta: C.

$$1,2\% \text{ de } 45,03 = \frac{1,2}{100} \cdot 45,03 = 0,54$$

Como no mês anterior houve queda, vamos fazer uma subtração.

$$45,03 - 0,54 = 44,49$$

05. Resposta: B.

Cartão de crédito: $10/100 \cdot (750 + 380) = 1/10 \cdot 1130 = 113$

$$1130 - 113 = \text{R\$ } 1017,00$$

Boleto: $8/100 \cdot (750 + 380) = 8/100 \cdot 1130 = 90,4$

$$1130 - 90,4 = \text{R\$ } 1039,60$$

06. Resposta: E.

$$5\% \text{ de } 10000 = 5 / 100 \cdot 10000 = 500$$

$$6\% \text{ de } 10000 = 6 / 100 \cdot 10000 = 600$$

$$7\% \text{ de } 16000 (= 36000 - 20000) = 7 / 100 \cdot 16000 = 1120$$

$$\text{Comissão} = 500 + 600 + 1120 = \text{R\$ } 2220,00$$

07. Resposta: E.

Preço de revenda: $1500 + 40 / 100 \cdot 1500 = 1500 + 600 = 2100$

Preço com desconto: $2100 - 35 / 100 \cdot 2100 = 2100 - 735 = \text{R\$ } 1365,00$

08. Resposta: A.

Preço de venda: V

Preço de compra: C

$$V - 0,16V = 1,4C$$

$$0,84V = 1,4C$$

$$\frac{V}{C} = \frac{1,4}{0,84} = 1,67$$

O preço de venda é 67% superior ao preço de compra.

09. Resposta: A.

$$2,40 \cdot 12 = 28,80$$

$$\text{Segunda embalagem: } 28,80 \cdot 0,75 = 21,60$$

$$\text{As duas embalagens: } 28,80 + 21,60 = 50,40$$

$$\text{Revenda: } 3,5 \cdot 24 = 84,00$$

$$\text{Lucro: } \text{R\$ } 84,00 - \text{R\$ } 50,40 = \text{R\$ } 33,60$$

O lucro de Alexandre foi de R\$ 33,60

10. Resposta: B.

De um total de 100%, temos que ele gastou 30% de 50% = 30%.50% = 15% foi o que ele gastou, sobrando: 100% - 15% = 85%. Desses 85% ele gastou 20%, logo 20%.85% = 17%, sobrando:

$$85\% - 17\% = 68\%.$$



Estrutura lógica de relações arbitrárias entre pessoas, lugares, objetos ou eventos fictícios; deduzir novas informações das relações fornecidas e avaliar as condições usadas para estabelecer a estrutura daquelas relações.

ESTRUTURAS LÓGICAS

A lógica pela qual conhecemos hoje foi definida por Aristóteles, constituindo-a como uma ciência autônoma que se dedica ao estudo dos atos do pensamento (Conceito, Juízo, Raciocínio, Demonstração) do ponto de vista da sua estrutura ou forma lógica, sem ter em conta qualquer conteúdo material.

Falar de Lógica durante séculos, era o mesmo que falar da lógica aristotélica. Apesar dos enormes avanços da lógica, sobretudo a partir do século XIX, a matriz aristotélica persiste até aos nossos dias. A lógica de Aristóteles tinha objetivo metodológico, a qual tratava de mostrar o caminho correto para a investigação, o conhecimento e a demonstração científica. O método científico que ele preconizava assentava nos seguintes fases:

1. Observação de fenômenos particulares;
2. Intuição dos princípios gerais (universais) a que os mesmos obedeciam;
3. Dedução a partir deles das causas dos fenômenos particulares.

Por este e outros motivos, Aristóteles é considerado o pai da Lógica Formal.

A lógica matemática (ou lógica formal) estuda a lógica segundo a sua estrutura ou forma. A lógica matemática consiste em um sistema dedutivo de enunciados que tem como objetivo criar um grupo de leis e regras para determinar a validade dos raciocínios. Assim, um raciocínio é considerado válido se é possível alcançar uma conclusão verdadeira a partir de premissas verdadeiras.

Em sentido mais amplo podemos dizer que a Lógica está relacionada a maneira específica de raciocinar de forma acertada, isto é, a capacidade do indivíduo de resolver problemas complexos que envolvem questões matemáticas, as sequências de números, palavras, entre outros e de desenvolver essa capacidade de chegar a validade do seu raciocínio.

O estudo das estruturas lógicas, consiste em aprendermos a associar determinada preposição ao conectivo correspondente. Mas é necessário aprendermos alguns conceitos importantes para o aprendizado.

Conceito de proposição

Chama-se proposição todo conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento ou uma ideia de sentido completo. Assim, as proposições transmitem pensamentos, isto é, afirmam, declaram fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados conceitos ou entes.

Elas devem possuir além disso:

- um sujeito e um predicado;
 - e por último, deve sempre ser possível atribuir um valor lógico: verdadeiro (V) ou falso (F).
- Preenchendo esses requisitos estamos diante de uma proposição.

Vejamos alguns exemplos:

A) Júpiter é o maior planeta do sistema Solar

Analisando temos:

- Quem é o maior planeta do sistema Solar? Júpiter, logo tem um sujeito e um predicado;
- É uma frase declarativa (a frase informa ou declara alguma coisa) e;
- Podemos atribuir um valor lógico V ou F, independente da questão em si.

B) Salvador é a capital do Brasil.

C) Todos os músicos são românticos.

A todas as frases podemos atribuir um valor lógico (V ou F).

TOME NOTA!!!

Uma forma de identificarmos se uma **frase simples** é ou não considerada frase lógica, ou sentença, ou ainda proposição, é **pela presença de:**

- **sujeito simples:** "Carlos é médico";
- **sujeito composto:** "Rui e Nathan são irmãos";
- **sujeito inexistente:** "Choveu"
- **verbo**, que representa a ação praticada por esse sujeito, e estar sujeita à apreciação de julgamento de ser verdadeira (V) ou falsa (F), caso contrário, não será considerada proposição.

Atenção: **orações que não tem sujeito, NÃO** são consideradas **proposições lógicas**.

Princípios fundamentais da lógica

A Lógica matemática adota como regra fundamental três princípios¹ (ou axiomas):

¹ Algumas bibliografias consideram apenas dois axiomas o II e o III.

I – PRINCÍPIO DA IDENTIDADE: uma proposição verdadeira é verdadeira; uma proposição falsa é falsa.

II – PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO: uma proposição não pode ser verdadeira **E** falsa ao mesmo tempo.

III – PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO: toda proposição **OU** é verdadeira **OU** é falsa, verificamos sempre um desses casos, **NUNCA** existindo um terceiro caso.

Se esses princípios acima não puderem ser aplicados, **NÃO** podemos classificar uma frase como proposição.

Valores lógicos das proposições

Chamamos de **valor lógico** de uma proposição: a **verdade**, se a proposição é verdadeira (V), e a **falsidade**, se a proposição é falsa (F). Designamos as letras V e F para abreviarmos os valores lógicos verdade e falsidade respectivamente.

Consideremos as seguintes proposições e os seus respectivos valores lógicos:

- A velocidade de um corpo é inversamente proporcional ao seu tempo. **(V)**
- A densidade da madeira é maior que a da água. **(F)**

A maioria das proposições são proposições contingenciais, ou seja, dependem do contexto para sua análise. Assim, por exemplo, se considerarmos a proposição simples:

*“Existe vida após a morte”, ela poderá ser **verdadeira** (do ponto de vista da religião espírita) ou **falsa** (do ponto de vista da religião católica); mesmo assim, em ambos os casos, seu valor lógico é único — ou verdadeiro ou falso.*

Classificação das proposições

As proposições podem ser classificadas em:

1) Proposições simples (ou atômicas): são formadas por um única oração, sem conectivos, ou seja, elementos de ligação. Representamos por letras minúsculas: p, q, r,

Exemplos:

O céu é azul.

Hoje é sábado.

2) Proposições compostas (ou moleculares): possuem elementos de ligação (conectivos) que ligam as orações, podendo ser duas, três, e assim por diante. Representamos por letras maiúsculas: P, Q, R,

Exemplos:

O céu é azul **ou** cinza.

Se hoje é sábado, **então** vou a praia.

Observação: os termos em destaque são alguns dos conectivos (termos de ligação) que utilizamos em lógica matemática.

3) Sentença aberta: quando não se pode atribuir um valor lógico verdadeiro ou falso para ela (ou valorar a proposição!), portanto, não é considerada frase lógica. São consideradas sentenças abertas:

- Frases interrogativas: Quando será prova? - Estudou ontem? – Fez Sol ontem?
- Frases exclamativas: Gol! – Que maravilhoso!
- Frases imperativas: Estude e leia com atenção. – Desligue a televisão.

d) Frases sem sentido lógico (expressões vagas, paradoxais, ambíguas, ...): “esta frase é verdadeira” (expressão paradoxal) – O cavalo do meu vizinho morreu (expressão ambígua) – $2 + 3 + 7$

Exemplos

1. $p(x) : x + 4 = 9$

A sentença matemática $x + 4 = 9$ é aberta, pois existem infinitos números que satisfazem a equação. Obviamente, apenas um deles, $x = 5$, tornando a sentença verdadeira. Porém, existem infinitos outros números que podem fazer com que a proposição se torne falsa, como $x = -5$.

2. $q(x) : x < 3$

Dessa maneira, na sentença $x < 3$, obtemos infinitos valores que satisfazem à equação. Porém, alguns são verdadeiros, como $x = -2$, e outros são falsos, como $x = +7$.

4) Proposição (sentença) fechada: quando a proposição admitir um único valor lógico, seja ele verdadeiro ou falso, nesse caso, será considerada uma frase, proposição ou sentença lógica.

Observe os exemplos:

Frase	Sujeito	Verbo	Conclusão
Maria é baiana	Maria (simples)	É (ser)	É uma frase lógica
Lia e Maria têm dois irmãos	Lia e Maria (composto)	Têm (ter)	É uma frase lógica
Ventou hoje	Inexistente	Ventou (ventar)	É uma frase lógica
Um lindo livro de literatura	Um lindo livro	Frase sem verbo	NÃO é uma frase lógica
Manobrar esse carro	Frase sem sujeito	Manobrar	NÃO é uma frase lógica
Existe vida em Marte	Vida	Existir	É uma frase lógica

Sentenças representadas por variáveis

- a) $x + 4 > 5$;
- b) Se $x > 1$, então $x + 5 < 7$;
- c) $x = 3$ se, e somente se, $x + y = 15$.

Observação: Os termos “atômicos” e “moleculares” referem-se à quantidade de verbos presentes na frase. Consideremos uma frase com apenas um verbo, então ela será dita atômica, pois se refere a apenas um único átomo (1 verbo = 1 átomo); consideremos, agora, uma frase com mais de um verbo, então ela será dita molecular, pois se refere a mais de um átomo (mais de um átomo = uma molécula).

Questões

01. (INPI - Tecnologista em Propriedade Industrial – CESPE) Um órgão público pretende organizar um programa de desenvolvimento de pessoas que contemple um conjunto de ações de educação continuada. Quando divulgou a oferta de um curso no âmbito desse programa, publicou, por engano, um anúncio com um pequeno erro nos requisitos. Em vez de “os candidatos devem ter entre 30 e 50 anos e possuir mais de cinco anos de experiência no serviço público” (anúncio 1), publicou “os candidatos devem ter entre 30 e 50 anos ou possuir mais de cinco anos de experiência no serviço público”.

Considere que X = o conjunto de todos os servidores do órgão; A = o conjunto dos servidores do órgão que têm mais de 30 anos de idade; B = o conjunto dos servidores do órgão que têm menos de 50 anos de idade e C = o conjunto dos servidores do órgão com mais de cinco anos de experiência no serviço público. Sabendo que X , A , B , e C têm, respectivamente, 1.200, 800, 900 e 700 elementos, julgue os itens seguintes. Sejam $p(x)$ e $q(x)$ sentenças abertas com universo X dadas respectivamente por “o servidor x tem entre 30 e 50 anos de idade” e “o servidor x possui mais de cinco anos de experiência no serviço público”.

Então, se C é subconjunto de $A \cap B$, então o conjunto verdade associado à sentença aberta $p(x) \rightarrow q(x)$ coincide com o conjunto universo X .

- (A) Certo
- (B) Errado

02. (PM/RR - Soldado da Polícia Militar – UERR) Uma sentença aberta pode ser transformada numa proposição se for atribuído valor a uma variável. Dada a sentença aberta $p(y): y^2 > 10$, assinale o valor a ser atribuído para tornar a proposição $p(y)$ verdadeira:

- (A) $x = 4$
- (B) $y = -2$
- (C) $y = 1$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = 5$

Respostas

01. Resposta: A.

Se C é subconjunto de $A \cap B$, então todos os servidores com mais de 5 anos de experiência têm entre 30 e 50 anos de idade.

Logo, a sentença $p(x) \rightarrow q(x)$ é verdadeira.

Mas, se o servidor escolhido tiver uma idade menor que 30 anos ou maior que 50, mesmo sendo $p(x)$ falsa, dada a tabela verdade, a sentença $p(x) \rightarrow q(x)$ também será verdadeira.

Logo, para todas as idades dos servidores, a sentença $p(x) \rightarrow q(x)$ será verdade.

Sendo assim, o conjunto verdade associado à sentença aberta $p(x) \rightarrow q(x)$ coincide com o conjunto universo X .

02. Resposta: E.

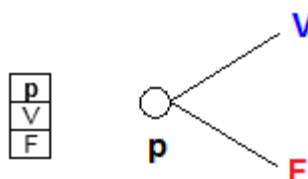
Analisando as alternativas:

- A) $x = 4$, errado pois não temos a variável x .
- B) $y = -2$, errado, pois $-2^2 = 4 < 10$
- C) $y = 1$, errado, pois $1^2 = 1 < 10$
- D) $x = 0$, não temos a variável x .
- E) $y = 5$, correto. $5^2 = 25 > 10$

Conceito de Tabela Verdade

É uma forma usual de representação das regras da Álgebra Booleana. Nela, é representada cada proposição (simples ou composta) e todos os seus valores lógicos possíveis. Partimos do Princípio do Terceiro Excluído, toda proposição simples é verdadeira ou falsa, tendo os valores lógicos V (verdade) ou F (falsidade).

Quando trabalhamos com as proposições compostas, determinamos o seu valor lógico partindo das proposições simples que a compõe.



O valor lógico de qualquer proposição composta depende **UNICAMENTE** dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles **UNIVOCAMENTE** determinados.

Número de linhas de uma Tabela Verdade

Definição:

“A tabela verdade de uma proposição composta com n^* proposições simples componentes contém 2^n linhas.” (* Algumas bibliografias utilizam o “ p ” no lugar do “ n ”)

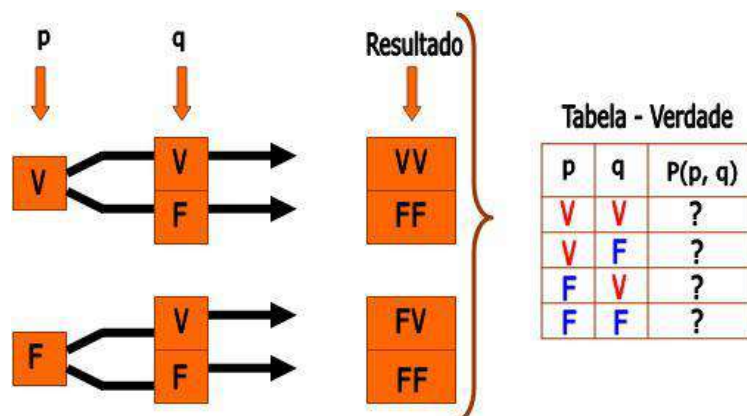
Os valores lógicos “ V ” e “ F ” se alteram de dois em dois para a primeira proposição “ p ” e de um em um para a segunda proposição “ q ”, em suas respectivas colunas, e, além disso, VV , VF , FV e FF , em cada linha, são todos os arranjos binários com repetição dos dois elementos “ V ” e “ F ”, segundo ensina a Análise Combinatória.

Construção da tabela verdade de uma proposição composta

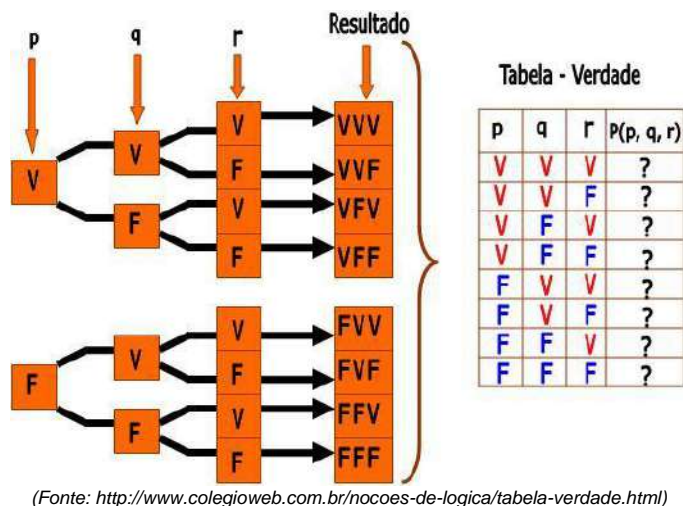
Vamos começar contando o número de proposições simples que a integram. Se há n proposições simples componentes, então temos 2^n linhas. Feito isso, atribuímos a 1ª proposição simples “ p_1 ” $2^n / 2 = 2^{n-1}$ valores **V**, seguidos de 2^{n-1} valores **F**, e assim por diante.

Exemplos

1) Se tivermos 2 proposições temos que $2^n = 2^2 = 4$ linhas e $2^{n-1} = 2^{2-1} = 2$, temos para a 1ª proposição 2 valores **V** e 2 valores **F** se alternam de 2 em 2, para a 2ª proposição temos que os valores se alternam de 1 em 1 (ou seja metade dos valores da 1ª proposição). Observe a ilustração, a primeira parte dela corresponde a árvore de possibilidades e a segunda a tabela propriamente dita.



2) Neste caso temos 3 proposições simples, fazendo os cálculos temos: $2^n = 2^3 = 8$ linhas e $2^{n-1} = 2^{3-1} = 4$, temos para a 1ª proposição 4 valores **V** e 4 valores **F** se alternam de 4 em 4, para a 2ª proposição temos que os valores se alternam de 2 em 2 (metade da 1ª proposição) e para a 3ª proposição temos valores que se alternam de 1 em 1 (metade da 2ª proposição).



Estudo dos Operadores e Operações Lógicas

Quando efetuamos certas operações sobre proposições chamadas operações lógicas, efetuamos cálculos proposicionais, semelhantes a aritmética sobre números, de forma a determinarmos os valores das proposições.

1) **Negação (~)**: chamamos de negação de uma proposição representada por “não p” cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **p é falsa** e **falsidade (F)** quando p é verdadeira. Assim “não p” tem valor lógico oposto daquele de p.

Pela tabela verdade temos:

p	~p
V	F
F	V

Simbolicamente temos:

$$\sim V = F ; \sim F = V$$

$$V(\sim p) = \sim V(p)$$

Exemplos

Proposição (afirmações): p	Negação: ~p
Carlos é paulista	Carlos NÃO é paulista
Juliana é santista	Juliana NÃO é santista
Nicolas está de férias	Nicolas NÃO está de férias
Norberto foi trabalhar	NÃO É VERDADE QUE Norberto foi trabalhar

A primeira parte da tabela todas as afirmações são verdadeiras, logo ao negarmos temos passamos a ter como valor lógico a falsidade.

- **Dupla negação (Teoria da Involução):** vamos considerar as seguintes proposições primitivas, *p*: "Netuno é o planeta mais distante do Sol", sendo seu valor verdadeiro ao negarmos "p", vamos obter a seguinte proposição *~p*: "Netuno NÃO é o planeta mais distante do Sol" e negando novamente a proposição "*~p*" teremos *~(~p)*: "NÃO É VERDADE que Netuno NÃO é o planeta mais distante do Sol", sendo seu valor lógico verdadeiro (V). Logo a dupla negação equivale a termos de valores lógicos a sua proposição primitiva.

$$p \equiv \sim(\sim p)$$

Observação: O termo "equivalente" está associado aos "valores lógicos" de duas fórmulas lógicas, sendo iguais pela natureza de seus valores lógicos.

Exemplo:

1. Saturno é um planeta do sistema solar.
2. Sete é um número real maior que cinco.

Sabendo-se da realidade dos valores lógicos das proposições "Saturno é um planeta do sistema solar" e "Sete é um número real maior que cinco", que são ambos verdadeiros (V), conclui-se que essas **proposições são equivalentes, em termos de valores lógicos, entre si.**

2) Conjunção – produto lógico (^): chama-se de conjunção de duas proposições *p* e *q* a proposição representada por "*p* e *q*", cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **as proposições, p e q, são ambas verdadeiras e falsidade (F) nos demais casos.**

Simbolicamente temos: "*p* ^ *q*" (lê-se: "*p* E *q*").

Pela tabela verdade temos:

p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Exemplos

(a)

p: A neve é branca. (V)

q: 3 < 5. (V)

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = V \wedge V = V$$

(b)

p: A neve é azul. (F)

q: $6 < 5$. (F)

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = F \wedge F = F$$

(c)

p: Pelé é jogador de futebol. (V)

q: A seleção brasileira é octacampeã. (F)

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = V \wedge F = F$$

(d)

p: A neve é azul. (F)

q: 7 é número ímpar. (V)

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = F \wedge V = F$$

- O valor lógico de uma proposição simples “p” é indicado por $V(p)$. Assim, exprime-se que “p” é verdadeira (V), escrevendo:

$$V(p) = V$$

- Analogamente, exprime-se que “p” é falsa (F), escrevendo:

$$V(p) = F$$

- As proposições compostas, representadas, por exemplo, pelas letras maiúsculas “P”, “Q”, “R”, “S” e “T”, terão seus respectivos valores lógicos representados por:

$$V(P), V(Q), V(R), V(S) \text{ e } V(T).$$

3) Disjunção inclusiva – soma lógica – disjunção simples (v): chama-se de disjunção inclusiva de duas proposições p e q a proposição representada por “p ou q”, cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **pelo menos uma das proposições, p e q, é verdadeira** e **falsidade (F)** quando **ambas são falsas**.

Simbolicamente: “ $p \vee q$ ” (lê-se: “p OU q”).

Pela tabela verdade temos:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exemplos

(a)

p: A neve é branca. (V)

q: $3 < 5$. (V)

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = V \vee V = V$$

(b)

p: A neve é azul. (F)

q: $6 < 5$. (F)

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = F \vee F = F$$

(c)

p: Pelé é jogador de futebol. (V)

q: A seleção brasileira é octacampeã. (F)

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = V \vee F = V$$

(d)

p: A neve é azul. (F)

q: 7 é número ímpar. (V)

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = F \vee V = V$$

4) Disjunção exclusiva (\underline{v}): chama-se disjunção exclusiva de duas proposições p e q , cujo valor lógico é **verdade (V)** somente quando p é verdadeira ou q é verdadeira, mas não quando p e q são ambas verdadeiras e a **falsidade (F)** quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas.

Simbolicamente: “ $p \underline{v} q$ ” (lê-se; “OU p OU q ”; “OU p OU q , MAS NÃO AMBOS”).

Pela tabela verdade temos:

p	q	$p \underline{v} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Para entender melhor vamos analisar o exemplo.

p : Nathan é médico ou professor. (Ambas podem ser verdadeiras, ele pode ser as duas coisas ao mesmo tempo, uma condição não exclui a outra – disjunção inclusiva).

Podemos escrever:

Nathan é médico \wedge Nathan é professor

q : Mario é carioca ou paulista (aqui temos que se Mario é carioca implica que ele não pode ser paulista, as duas coisas não podem acontecer ao mesmo tempo – disjunção exclusiva).

Reescrevendo:

Mario é carioca \underline{v} Mario é paulista.

Exemplos

a) Plínio pula ou Lucas corre, mas não ambos.

b) Ou Plínio pula ou Lucas corre.

5) Implicação lógica ou condicional (\rightarrow): chama-se proposição condicional ou apenas condicional representada por “se p então q ”, cujo valor lógico é **falsidade (F)** no caso em que p é verdade e q é falsa e a **verdade (V)** nos demais casos.

Simbolicamente: “ $p \rightarrow q$ ” (lê-se: p é condição suficiente para q ; q é condição necessária para p).

p é o **antecedente** e q o **consequente** e “ \rightarrow ” é chamado de **símbolo de implicação**.

Pela tabela verdade temos:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Exemplos

(a)

p : A neve é branca. (V)

q : $3 < 5$. (V)

$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = V \rightarrow V = V$

(b)

p : A neve é azul. (F)

q : $6 < 5$. (F)

$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = F \rightarrow F = V$

(c)

p : Pelé é jogador de futebol. (V)

q : A seleção brasileira é octacampeã. (F)

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = V \rightarrow F = F$$

(d)

p: A neve é azul. (F)

q: 7 é número ímpar. (V)

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = F \rightarrow V = V$$

6) Dupla implicação ou bicondicional (\leftrightarrow): chama-se proposição bicondicional ou apenas bicondicional representada por “p se e somente se q”, cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **p e q são ambas verdadeiras ou falsas** e a **falsidade (F)** nos demais casos.

Simbolicamente: “ $p \leftrightarrow q$ ” (lê-se: p é condição necessária e suficiente para q; q é condição necessária e suficiente para p).

Pela tabela verdade temos:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exemplos

(a)

p: A neve é branca. (V)

q: $3 < 5$. (V)

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = V \leftrightarrow V = V$$

(b)

p: A neve é azul. (F)

q: $6 < 5$. (F)

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = F \leftrightarrow F = V$$

(c)

p: Pelé é jogador de futebol. (V)

q: A seleção brasileira é octacampeã. (F)

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = V \leftrightarrow F = F$$

(d)

p: A neve é azul. (F)

q: 7 é número ímpar. (V)

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = F \leftrightarrow V = F$$

Transformação da linguagem corrente para a simbólica

Este é um dos tópicos mais vistos em diversas provas e por isso vamos aqui detalhar de forma a sermos capazes de resolver questões deste tipo.

Sejam as seguintes proposições simples denotadas por “p”, “q” e “r” representadas por:

p: Luciana estuda.

q: João bebe.

r: Carlos dança.

Sejam, agora, as seguintes proposições compostas denotadas por: “P”, “Q”, “R”, “S”, “T”, “U”, “V” e “X” representadas por:

P: **Se** Luciana estuda **e** João bebe, **então** Carlos **não** dança.

Q: **É falso que** João bebe **ou** Carlos dança, **mas** Luciana **não** estuda.

R: **Ou** Luciana estuda **ou** Carlos dança **se, e somente se**, João **não** bebe.

O primeiro passo é destacarmos os operadores lógicos (modificadores e conectivos) e as proposições. Depois reescrevermos de forma simbólica, vejamos:

P: Se Luciana estuda e João bebe, então Carlos não dança.

$p \quad \wedge \quad q \quad \rightarrow \quad \sim r$

Juntando as informações temos que, P: $(p \wedge q) \rightarrow \sim r$

Continuando:

Q: É falso que João bebe ou Carlos dança, mas Luciana estuda.

Q: É falso que João bebe ou Carlos dança, mas Luciana não estuda.

$\sim \quad q \quad \vee \quad r \quad \wedge \quad p \quad \sim$


 $\sim q \vee r \wedge \sim p$

Simbolicamente temos: Q: $\sim (q \vee r \wedge \sim p)$.

R: Ou Luciana estuda ou Carlos dança se, e somente se, João não bebe.

$(p \vee r) \leftrightarrow \sim q$

Observação: os termos “É falso que”, “Não é verdade que”, “É mentira que” e “É uma falácia que”, quando iniciam as frases negam, por completo, as frases subsequentes.

- O uso de parêntesis

A necessidade de usar parêntesis na simbolização das proposições se deve a evitar qualquer tipo de ambiguidade, assim na proposição, por exemplo, $p \wedge q \vee r$, nos dá a seguinte proposições:

(I) $(p \wedge q) \vee r$ - Conectivo principal é da disjunção.

(II) $p \wedge (q \vee r)$ - Conectivo principal é da conjunção.

As quais apresentam significados diferentes, pois os conectivos principais de cada proposição composta dá valores lógicos diferentes como conclusão.

Agora observe a expressão: $p \wedge q \rightarrow r \vee s$, dá lugar, colocando parêntesis as seguintes proposições:

a) $((p \wedge q) \rightarrow r) \vee s$

b) $p \wedge ((q \rightarrow r) \vee s)$

c) $(p \wedge (q \rightarrow r)) \vee s$

d) $p \wedge (q \rightarrow (r \vee s))$

e) $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$

Aqui duas quaisquer delas não tem o mesmo significado. Porém existem muitos casos que os parêntesis são suprimidos, a fim de simplificar as proposições simbolizadas, desde que, naturalmente, ambiguidade alguma venha a aparecer. Para isso a supressão do uso de parêntesis se faz mediante a algumas convenções, das quais duas são particularmente importantes:

1ª) A “ordem de precedência” para os conectivos é:

(I) \sim (negação)

(II) \wedge, \vee (conjunção ou disjunção têm a mesma precedência, operando-se o que ocorrer primeiro, da esquerda para direita).

(III) \rightarrow (condicional)

(IV) \leftrightarrow (bicondicional)

Portanto o mais “fraco” é “ \sim ” e o mais “forte” é “ \leftrightarrow ”.

Logo: Os símbolos \rightarrow e \leftrightarrow têm preferência sobre \wedge e \vee .

Exemplos

01) $p \rightarrow q \leftrightarrow s \wedge r$, é uma bicondicional e nunca uma condicional ou uma conjunção. Para convertê-la numa condicional há que se usar parêntesis:

$$p \rightarrow (q \leftrightarrow s \wedge r)$$

E para convertê-la em uma conjunção:

$$(p \rightarrow q \leftrightarrow s) \wedge r$$

2ª) Quando um mesmo conectivo aparece sucessivamente repetido, suprimem-se os parêntesis, fazendo-se a associação a partir da esquerda.

Segundo estas duas convenções, as duas seguintes proposições se escrevem:

Proposição	Nova forma de escrever a proposição
$((\sim(\sim(p \wedge q))) \vee (\sim p))$	$\sim\sim (p \wedge q) \vee \sim p$
$((\sim p) \rightarrow (q \rightarrow (\sim(p \vee r))))$	$\sim p \rightarrow (q \rightarrow \sim(p \vee r))$

- Outros símbolos para os conectivos (operadores lógicos):

“¬” (cantoneira) para negação (¬).

“•” e “&” para conjunção (∧).

“⊃” (ferradura) para a condicional (→).

Em síntese temos a tabela verdade das proposições que facilitará na resolução de diversas questões

		Disjunção	Conjunção	Condicional	Bicondicional
p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	F
F	F	F	F	V	V

(Fonte: <http://www.laifi.com>.)

01. Vamos construir a tabela verdade da proposição:

$$P(p,q) = \sim (p \wedge \sim q)$$

1ª Resolução) Vamos formar o par de colunas correspondentes as duas proposições simples p e q. Em seguida a coluna para $\sim q$, depois a coluna para $p \wedge \sim q$ e a última contendo toda a proposição $\sim (p \wedge \sim q)$, atribuindo todos os valores lógicos possíveis de acordo com os operadores lógicos.

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim (p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

2ª Resolução) Vamos montar primeiro as colunas correspondentes a proposições simples p e q, depois traçar colunas para cada uma dessas proposições e para cada um dos conectivos que compõem a proposição composta.

p	q	~	(p ^ ~ q)
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Depois completamos, em uma determinada ordem as colunas escrevendo em cada uma delas os valores lógicos.

p	q	~	(p ^ ~ q)
V	V		V
V	F		F
F	V		V
F	F		F
		1	1

p	q	~	(p ^ ~ q)
V	V		F
V	F		V
F	V		F
F	F		V
		1	2 1

p	q	~	(p ^ ~ q)
V	V		F
V	F		V
F	V		F
F	F		V
		1	3 2 1

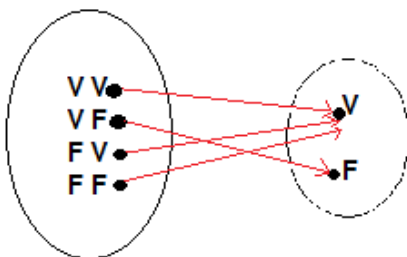
p	q	~	(p ^ ~ q)
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F
		4	1 3 2 1

Observe que vamos preenchendo a tabela com os valores lógicos (V e F), depois resolvemos os operadores lógicos (modificadores e conectivos) e obtemos em 4 os valores lógicos da proposição que correspondem a todas possíveis atribuições de p e q de modo que:

$$P(V V) = V, P(V F) = F, P(F V) = V, P(F F) = V$$

A proposição $P(p,q)$ associa a cada um dos elementos do conjunto $U = \{VV, VF, FV, FF\}$ com um ÚNICO elemento do conjunto $\{V,F\}$, isto é, $P(p,q)$ outra coisa não é que uma função de U em $\{V,F\}$

$P(p,q): U \rightarrow \{V,F\}$, cuja representação gráfica por um diagrama sagital é a seguinte:



3ª Resolução) Resulta em suprimir a tabela verdade anterior as duas primeiras da esquerda relativas às proposições simples componentes p e q. Obteremos então a seguinte tabela verdade simplificada:

~	(p ^ ~ q)
V	F
F	V
V	F
V	F
4	1 3 2 1

ÁLGEBRA DAS PROPOSIÇÕES

Propriedades da Conjunção: Sendo as proposições p, q e r simples, quaisquer que sejam t e w, proposições também simples, cujos valores lógicos respectivos são V (verdade) e F (falsidade), temos as seguintes propriedades:

1) Idempotente: $p \wedge p \Leftrightarrow p$ (o símbolo " \Leftrightarrow " representa equivalência).

A tabela verdade de $p \wedge p$ e p, são idênticas, ou seja, a bicondicional $p \wedge p \leftrightarrow p$ é tautológica.

p	$p \wedge p$	$p \wedge p \leftrightarrow p$
V	V	V
F	F	V

2) Comutativa: $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

A tabela verdade de $p \wedge q$ e $q \wedge p$ são idênticas, ou seja, a bicondicional $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$ é tautológica.

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$	$p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

3) Associativa: $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

A tabela verdade de $(p \wedge q) \wedge r$ e $p \wedge (q \wedge r)$ são idênticas, ou seja, a bicondicional $(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ é tautológica.

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

4) Identidade: $p \wedge t \Leftrightarrow p$ e $p \wedge w \Leftrightarrow w$

A tabela verdade de $p \wedge t$ e p , e $p \wedge w$ e w são idênticas, ou seja, a bicondicional $p \wedge t \leftrightarrow p$ e $p \wedge w \leftrightarrow w$ são tautológicas.

p	t	w	$p \wedge t$	$p \wedge w$	$p \wedge t \leftrightarrow p$	$p \wedge w \leftrightarrow w$
V	V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	F	V	V

Estas propriedades exprimem que t e w são respectivamente elemento neutro e elemento absorvente da conjunção.

Propriedades da Disjunção: Sendo as proposições p , q e r simples, quaisquer que sejam t e w , proposições também simples, cujos valores lógicos respectivos são V (verdade) e F (falsidade), temos as seguintes propriedades:

1) Idempotente: $p \vee p \Leftrightarrow p$

A tabela verdade de $p \vee p$ e p , são idênticas, ou seja, a bicondicional $p \vee p \leftrightarrow p$ é tautológica.

p	$p \vee p$	$p \vee p \leftrightarrow p$
V	V	V
F	F	V

2) Comutativa: $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

A tabela verdade de $p \vee q$ e $q \vee p$ são idênticas, ou seja, a bicondicional $p \vee q \leftrightarrow q \vee p$ é tautológica.

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$	$p \vee q \leftrightarrow q \vee p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

3) Associativa: $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

A tabela verdade de $(p \vee q) \vee r$ e $p \vee (q \vee r)$ são idênticas, ou seja, a bicondicional $(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ é tautológica.

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F

4) Identidade: $p \vee t \Leftrightarrow t$ e $p \vee w \Leftrightarrow p$

A tabela verdade de $p \vee t$ e p , e $p \vee w$ e w são idênticas, ou seja, a bicondicional $p \vee t \leftrightarrow t$ e $p \vee w \leftrightarrow p$ são tautológicas.

p	t	w	$p \vee t$	$p \vee w$	$p \vee t \leftrightarrow t$	$p \vee w \leftrightarrow p$
V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V

Estas propriedades exprimem que t e w são respectivamente elemento absorvente e elemento neutro da disjunção.

Propriedades da Conjunção e Disjunção: Sejam p , q e r proposições simples quaisquer.

1) Distributiva:

- $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

A tabela verdade das proposições $p \wedge (q \vee r)$ e $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ são idênticas, e observamos que a bicondicional $p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ é tautológica.

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Analogamente temos ainda que a tabela verdade das proposições $p \vee (q \wedge r)$ e $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ são idênticas e sua bicondicional $p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ é tautológica.

A equivalência $p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$, exprime que a conjunção é distributiva em relação à disjunção e a equivalência $p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$, exprime que a disjunção é distributiva em relação à conjunção.

Exemplo:

“Carlos estuda **E** Jorge trabalha **OU** viaja” é equivalente à seguinte proposição:

“Carlos estuda **E** Jorge trabalha” **OU** “Carlos estuda **E** Jorge viaja”.

2) Absorção:

- $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
- $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$

A tabela verdade das proposições $p \wedge (p \vee q)$ e p , ou seja, a bicondicional $p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$ é tautológica.

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$	$p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

Analogamente temos ainda que a tabela verdade das proposições $p \vee (p \wedge q)$ e p são idênticas, ou seja a bicondicional $p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$ é tautológica.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$	$p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

Referências

CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - *Raciocínio lógico passo a passo* – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.
ALENCAR FILHO, Edgar de – *Iniciação a lógica matemática* – São Paulo: Nobel – 2002.

Questões

01. (DOCAS/PB – Assistente Administrativo – IBFC) Se o valor lógico de uma proposição “P” é verdade e o valor lógico de uma proposição “Q” é falso, então o valor lógico do bicondicional entre as duas proposições é:

- (A) Falso
- (B) Verdade
- (C) Inconclusivo
- (D) Falso ou verdade

02. (DOCAS/PB – Assistente Administrativo – IBFC) Dentre as alternativas, a única correta é:

- (A) O valor lógico da conjunção entre duas proposições é verdade se os valores lógicos das duas proposições forem falsos.
- (B) O valor lógico do bicondicional entre duas proposições é verdade se os valores lógicos das duas proposições forem falsos.
- (C) O valor lógico da disjunção entre duas proposições é verdade se os valores lógicos das duas proposições forem falsos.
- (D) O valor lógico do condicional entre duas proposições é falso se os valores lógicos das duas proposições forem falsos.

03. (EBSERH – Técnico em Citopatologia – INSTITUTO AOCP) Considerando a proposição composta $(p \vee r)$, é correto afirmar que

- (A) a proposição composta é falsa se apenas p for falsa.
- (B) a proposição composta é falsa se apenas r for falsa.
- (C) para que a proposição composta seja verdadeira é necessário que ambas, p e r sejam verdadeiras.
- (D) para que a proposição composta seja verdadeira é necessário que ambas, p e r sejam falsas.
- (E) para que a proposição composta seja falsa é necessário que ambas, p e r sejam falsas.

04. (MEC – Conhecimentos básicos para os Postos 9,10,11 e 16 – CESPE)

	P	Q	R
①	V	V	V
②	F	V	V
③	V	F	V
④	F	F	V
⑤	V	V	F
⑥	F	V	F
⑦	V	F	F
⑧	F	F	F

A figura acima apresenta as colunas iniciais de uma tabela-verdade, em que P, Q e R representam proposições lógicas, e V e F correspondem, respectivamente, aos valores lógicos verdadeiro e falso.

Com base nessas informações e utilizando os conectivos lógicos usuais, julgue o item subsecutivo.

A última coluna da tabela-verdade referente à proposição lógica $P \vee (Q \leftrightarrow R)$ quando representada na posição horizontal é igual a

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
$P \vee (Q \leftrightarrow R)$	V	V	V	F	V	F	V	V

() Certo () Errado

05. (BRDE-Analista de Sistemas, Desenvolvimento de Sistemas – FUNDATEC) Qual operação lógica descreve a tabela verdade da função Z abaixo cujo operandos são A e B? Considere que V significa Verdadeiro, e F, Falso.

A	B	Z
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

- (A) Ou.
- (B) E.
- (C) Ou exclusivo.
- (D) Implicação (se...então).
- (E) Bicondicional (se e somente se).

06. (TCE/SP – Auxiliar da Fiscalização Financeira II – FCC) Considere a afirmação condicional: Se Alberto é médico ou Alberto é dentista, então Rosa é engenheira.

Seja R a afirmação: 'Alberto é médico';

Seja S a afirmação: 'Alberto é dentista' e

Seja T a afirmação: 'Rosa é engenheira'.

A afirmação condicional será considerada necessariamente falsa quando

- (A) R for verdadeira, S for falsa e T for verdadeira.
- (B) R for falsa, S for verdadeira e T for verdadeira.
- (C) R for falsa, S for falsa e T for falsa.
- (D) R for falsa, S for falsa e T for verdadeira.
- (E) R for verdadeira, S for falsa e T for falsa.

Respostas

01. Resposta: A.

Pela tabela verdade da bicondicional

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	F	F

02. Resposta: B.

Pela tabela verdade:

Tabela-verdade conjunção

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabela-verdade disjunção

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela da condicional

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabela da bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

03. Resposta: E.

Como já foi visto, a disjunção só é falsa quando as duas proposições são falsas.

04. Resposta: Certo.

$P \vee (Q \leftrightarrow R)$, montando a tabela verdade temos:

R	Q	P	$[P \vee (Q \leftrightarrow R)]$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	F

05. Resposta: D.

Observe novamente a tabela abaixo, considere $A = p$, $B = q$ e $Z =$ condicional.

		Disjunção	Conjunção	Condicional	Bicondicional
p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	F
F	F	F	F	V	V

06. Resposta: E.

$R \vee S \rightarrow T$

Para a condicional ser falsa, devemos ter:

$V \rightarrow F$

Portanto a afirmação (T: Rosa é engenheira) tem que ser falsa. E para RvS ser verdadeira, as duas só não podem ser falsas. Lembrando pela tabela verdade de cada uma:

Condicional

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Disjunção

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

CORRELAÇÃO DE ELEMENTOS / ASSOCIAÇÃO LÓGICA

A Associação Lógica trata de problemas aos quais prestam informações de diferentes tipos, relacionado a pessoas, coisas, objetos entre outros e nosso objetivo ao resolver um problema desse é descobrir o correlacionamento entre os dados.

Os problemas serão sobre descobrir quem usou o quê, quando, com quem, aonde, entre outros.

Abaixo veremos um exemplo sobre resolução de problemas utilizando o correlacionamento entre os dados que será de grande ajuda na resolução desse tipo de problema.

01. Célia e outros três parceiros fazem parte de um quarteto musical. Cada componente do grupo tem uma função diferente. Com base nas dicas a seguir, tente descobrir o nome de cada componente do quarteto, sua idade e função e o item que estava usando na última apresentação.

- 1) Décio usou óculos escuros na apresentação.
- 2) Célia é a vocalista.
- 3) O que usou gravata tem 25 anos.
- 4) O guitarrista» que não é Benício, tem 26 anos.
- 5) O tecladista usou gola de pele.
- 6) Roberto tem 28 anos e não toca bateria.
- 7) Benício é mais velho que Célia.
- 8) Um deles tem 23 anos.
- 9) Um deles usou botas altas.

1º passo – identificar os grupos.

Nome: Benício, Célia, Décio, Roberto;

Função: baterista, guitarrista, vocalista e tecladista;

Idade: 23,25,26 e 28;

Item: óculos, botas, golas e gravata.

2º passo – Montarmos a tabela principal e a tabela gabarito.

		Função				Idade				Item usado			
		BAT	GUIT	VOC	TEC	23	25	26	28	OCUL	BOT	GOL	GRAV
Nome	Benício												
	Célia												

	Décio											
	Roberto											
Item Usado	OCUL											
	BOT											
	GOL											
	GRAV											
Idade	23											
	25											
	26											
	28											

Nome	Função	Idade	Item usado
Benício			
Célia			
Décio			
Roberto			

3º passo – vamos ao preenchimento da tabela principal e da tabela gabarito, com as informações mais óbvias, que não deixam margem a nenhuma dúvida, aquelas que constam no enunciado da questão.

		Função				Idade				Item usado			
		BAT	GUIT	VOC	TEC	23	25	26	28	OCUL	BOT	GOL	GRAV
Nome	Benício		N	N		N			N	N			
	Célia	N	N	S	N				N	N			
	Décio			N					N	S	N	N	N
	Roberto	N		N		N	N	N	S	N			
Item Usado	OCUL				N		N		N				
	BOT				N		N						
	GOL	N	N	N	S		N						
	GRAV				N	N	S	N	N				
Idade	23		N										
	25		N										
	26	N	S	N	N								
	28		N										

Nome	Função	Idade	Item usado
Benício			
Célia	Vocalista		
Décio			Óculos
Roberto		28	

Observe que como Benício é mais velho que Célia, logo ele não pode ter 23 anos (idade do mais novo). Benício não é guitarrista; Guitarrista tem 26 anos; Benício não tem 26 anos (porque não é guitarrista e quem tem 26 anos é o guitarrista).

4º passo - feitas as anotações das informações do problema, analise a tabela principal, procurando informações que levem a novas conclusões.

Vamos analisar linha a linha (ou coluna a coluna) para não tirar nenhuma conclusão errada.

Vejamos, linha da Célia:

Célia (vocalista) → não tem 28 anos; não usa óculos, logo a vocalista não tem 28 anos.

		Função				Idade				Item usado			
		BAT	GUIT	VOC	TEC	23	25	26	28	OCUL	BOT	GOL	GRAV
Nome	Benício		N	N		N			N	N			
	Célia	N	N	S	N				N	N			
	Décio			N					N	S	N	N	N
	Roberto	N		N		N	N	N	S	N			
Item Usado	OCUL			N	N				N				
	BOT				N				N				
	GOL	N	N	N	S				N				
	GRAV				N	N	S	N	N				
Idade	23		N										
	25		N										
	26	N	S	N	N								
	28		N	N									

- Linha do Décio: (óculos) → não é vocalista e não tem 28 anos, logo quem usa óculos não tem 28 anos (informação já marcada).

- Linha do Roberto: (28 anos) → não é baterista, não é vocalista e não usa óculos, logo quem tem 28 anos não é baterista.

		Função				Idade				Item usado			
		BAT	GUIT	VOC	TEC	23	25	26	28	OCUL	BOT	GOL	GRAV
Nome	Benício		N	N		N			N	N			
	Célia	N	N	S	N				N	N			
	Décio			N					N	S	N	N	N
	Roberto	N		N		N	N	N	S	N			
Item Usado	OCUL			N	N				N				
	BOT				N				N				
	GOL	N	N	N	S				N				
	GRAV				N	N	S	N	N				
Idade	23		N										
	25		N										
	26	N	S	N	N								
	28	N	N	N									

Observe que Na idade 28 anos sobrou apenas um espaço, sendo correspondente ao do Tecladista. Então o Tecladista tem 28 anos e Roberto tem 28 anos logo, Roberto é o Tecladista.

		Função				Idade				Item usado			
		BAT	GUIT	VOC	TEC	23	25	26	28	OCUL	BOT	GOL	GRAV
Nome	Benício		N	N		N			N	N			
	Célia	N	N	S	N				N	N			
	Décio			N					N	S	N	N	N
	Roberto	N	N	N	S	N	N	N	S	N			
Item	OCUL			N	N				N				

	BOT				N		N		
	GOL	N	N	N	S		N		
	GRAV				N	N	S	N	N
Idade	23		N		N				
	25		N		N				
	26	N	S	N	N				
	28	N	N	N	S				

Nome	Função	Idade	Item usado
Benício			
Célia	Vocalista		
Décio			Óculos
Roberto	Tecladista	28	

Veja que agora temos que Décio é o Guitarrista, o que implica Benício ser o Baterista (a única função que estava faltando)

		Função				Idade				Item usado			
		BAT	GUIT	VOC	TEC	23	25	26	28	OCUL	BOT	GOL	GRAV
Nome	Benicio	S	N	N	N	N			N	N			
	Célia	N	N	S	N				N	N			
	Décio	N	S	N	N				N	S	N	N	N
	Roberto	N	N	N	S	N	N	N	S	N			
Item Usado	OCUL			N	N		N		N				
	BOT				N		N						
	GOL	N	N	N	S		N						
	GRAV				N	N	S	N	N				
Idade	23		N		N								
	25		N		N								
	26	N	S	N	N								
	28	N	N	N	S								

Nome	Função	Idade	Item usado
Benício	Baterista		
Célia	Vocalista		
Décio	Guitarrista		Óculos
Roberto	Tecladista	28	

Sabemos ainda pela tabela que o Guitarrista tem 26 anos, logo Décio tem 26 anos. Teremos ainda Célia com 23 anos e Benício com 25 anos.

		Função				Idade				Item usado			
		BAT	GUIT	VOC	TEC	23	25	26	28	OCUL	BOT	GOL	GRAV
Nome	Benicio	S	N	N	N	N	S	N	N	N			
	Célia	N	N	S	N	S	N	N	N	N			
	Décio	N	S	N	N	N	N	S	N	S	N	N	N
	Roberto	N	N	N	S	N	N	N	S	N			
Item	OCUL			N	N		N		N				

	BOT				N		N		
	GOL	N	N	N	S		N		
	GRAV				N	N	S	N	N
Idade	23		N		N				
	25		N		N				
	26	N	S	N	N				
	28	N	N	N	S				

Nome	Função	Idade	Item usado
Benício	Baterista	25	
Célia	Vocalista	23	
Décio	Guitarrista	26	Óculos
Roberto	Tecladista	28	

Na dica 3, o que usou gravata tem 25 anos, e olhando na tabela gabarito acima, podemos concluir que Benício usou gravata.

Na dica 5, o tecladista usou gola de pele, descobrimos que Roberto usou gola de pele. Como já sabemos também que Décio usou óculos, podemos concluir que só ficou “Botas” para Célia.

Nome	Função	Idade	Item usado
Benício	Baterista	25	Gravata
Célia	Vocalista	23	Botas
Décio	Guitarrista	26	Óculos
Roberto	Tecladista	28	Gola

1º) Não se preocupe em terminar a tabela principal, uma vez que você tenha preenchido toda a tabela gabarito. Ganhe tempo e parta para a próxima questão.

2º) Nunca se esqueça de que essa técnica é composta por duas tabelas que devem ser utilizadas em paralelo, ou seja, quando uma conclusão for tirada pelo uso de alguma delas, as outras devem ser atualizadas. A prática de resolução de questões de variados níveis de complexidade vai ajudá-lo a ficar mais seguro.

Referência

ROCHA, Enrique – Raciocínio lógico para concursos: você consegue aprender: teoria e questões – Niterói: Impetus – 2010.

Questões

01. (TRT-9ª REGIÃO/PR – Técnico Judiciário – Área Administrativa – FCC) Luiz, Arnaldo, Mariana e Paulo viajaram em janeiro, todos para diferentes cidades, que foram Fortaleza, Goiânia, Curitiba e Salvador. Com relação às cidades para onde eles viajaram, sabe-se que:

- Luiz e Arnaldo não viajaram para Salvador;
- Mariana viajou para Curitiba;
- Paulo não viajou para Goiânia;
- Luiz não viajou para Fortaleza.

É correto concluir que, em janeiro,

- (A) Paulo viajou para Fortaleza.
- (B) Luiz viajou para Goiânia.
- (C) Arnaldo viajou para Goiânia.
- (D) Mariana viajou para Salvador.
- (E) Luiz viajou para Curitiba.

02. (COLÉGIO PEDRO II – Engenheiro Civil – ACESSO PÚBLICO) Antônio, Eduardo e Luciano são advogado, engenheiro e médico, não necessariamente nessa ordem. Eles são casado, divorciado e

solteiro, mas não se sabe qual o estado civil de quem. Porém, sabe-se que o casado é engenheiro, Eduardo é advogado e não é solteiro, e o divorciado não é médico. Portanto, com certeza:

- (A) Eduardo é divorciado.
- (B) Luciano é médico.
- (C) Luciano é engenheiro.
- (D) Antônio é engenheiro.
- (E) Antônio é casado.

03. (PREF. DE BELO HORIZONTE/MG – Assistente Administrativo – FUMARC) Três bolas A, B e C foram pintadas cada uma de uma única cor: branco, vermelho e azul, não necessariamente nessa ordem. Se a bola A não é branca nem azul, a bola B não é vermelha e a bola C não é azul, então é CORRETO afirmar que as cores das bolas A, B e C são, respectivamente:

- (A) azul, branco e vermelho.
- (B) branco, vermelho e azul.
- (C) vermelho, branco e azul.
- (D) vermelho, azul e branco.

04. (MDS – Atividades Técnicas de Complexidade Intelectual – Nível IV – CETRO) Na loja de João, há 3 caixas com canetas, sendo uma com 20 canetas, outra com 30 canetas e a outra com 50. Em cada caixa as canetas são de uma só cor. Essas caixas foram colocadas uma em cada prateleira. Diante do exposto, considere as seguintes informações:

- I. a caixa com canetas vermelhas ficou em uma prateleira mais baixa que a caixa com canetas azuis.
- II. a caixa com 30 canetas não é a que tem canetas azuis, e a caixa com 20 canetas ficou na prateleira mais alta.
- III. na prateleira mais baixa, encontra-se a caixa com mais canetas.
- IV. a caixa com canetas azuis não foi colocada na prateleira do meio, e a caixa com mais canetas não é a de canetas pretas.

É correto afirmar que a quantidade de canetas das cores vermelhas, pretas e azuis é, respectivamente,

- (A) 50, 30 e 20.
- (B) 50, 20 e 30.
- (C) 30, 50 e 20.
- (D) 30, 20 e 50.
- (E) 20, 30 e 50.

05. (POLICIA FEDERAL – Agente de Polícia Federal – CESPE)

Em um restaurante, João, Pedro e Rodrigo pediram pratos de carne, frango e peixe, não necessariamente nessa ordem, mas cada um pediu um único prato. As cores de suas camisas eram azul, branco e verde; Pedro usava camisa azul; a pessoa de camisa verde pediu carne e Rodrigo não pediu frango. Essas informações podem ser visualizadas na tabela abaixo, em que, no cruzamento de uma linha com uma coluna, V corresponde a fato verdadeiro e F, a fato falso.

	Carne	Frango	Peixe	João	Pedro	Rodrigo
Azul					V	
Branca						
Verde	V					
João						
Pedro						
Rodrigo		F				

Considerando a situação apresentada e, no que couber, o preenchimento da tabela acima, julgue o item seguinte.

Das informações apresentadas, é possível inferir que Pedro pediu frango.
 certo errado

Respostas

01. Resposta: B.

Vamos preencher a tabela:

– Luiz e Arnaldo não viajaram para Salvador;

	Fortaleza	Goiânia	Curitiba	Salvador
Luiz				N
Arnaldo				N
Mariana				
Paulo				

– Mariana viajou para Curitiba;

	Fortaleza	Goiânia	Curitiba	Salvador
Luiz			N	N
Arnaldo			N	N
Mariana	N	N	S	N
Paulo			N	

– Paulo não viajou para Goiânia;

	Fortaleza	Goiânia	Curitiba	Salvador
Luiz			N	N
Arnaldo			N	N
Mariana	N	N	S	N
Paulo		N	N	

– Luiz não viajou para Fortaleza.

	Fortaleza	Goiânia	Curitiba	Salvador
Luiz	N		N	N
Arnaldo			N	N
Mariana	N	N	S	N
Paulo		N	N	

Agora, completando o restante:

Paulo viajou para Salvador, pois a nenhum dos três viajou. Então, Arnaldo viajou para Fortaleza e Luiz para Goiânia

	Fortaleza	Goiânia	Curitiba	Salvador
Luiz	N	S	N	N
Arnaldo	S	N	N	N
Mariana	N	N	S	N
Paulo	N	N	N	S

02. Resposta: A.

Sabemos que o casado é engenheiro

	Advogado	Engenheiro	Médico
Antônio			
Eduardo			
Luciano			
Casado	N	S	N
Divorciado		N	
Solteiro		N	

Eduardo é advogado e não é solteiro

	Advogado	Engenheiro	Médico
Antônio	N		
Eduardo	S	N	N
Luciano	N		
Casado	N	S	N
Divorciado		N	
Solteiro		N	

Se sabemos que o casado é engenheiro e Eduardo é advogado e não solteiro, ele só pode ser divorciado, assim nem precisamos usar a última frase e sabemos que o solteiro é médico.

	Advogado	Engenheiro	Médico
Antônio	N		
Eduardo	S	N	N
Luciano	N		
Casado	N	S	N
Divorciado	S	N	N
Solteiro	N	N	S

A única coisa que podemos afirmar com certeza é que Eduardo é advogado e divorciado

03. Resposta: D.

O enunciado diz: a bola A não é branca nem azul, isso quer dizer que ela é vermelha.

	A	B	C
Branca	N		
Vermelha	S	N	N
Azul	N		

A bola B não é vermelha e a bola C não é azul

	A	B	C
Branca	N	N	S
Vermelha	S	N	N
Azul	N	S	N

A bola A é vermelha, a bola B é azul e a bola C é branca.

04. Resposta: A.

I. a caixa com canetas vermelhas ficou em uma prateleira mais baixa que a caixa com canetas azuis.

Isso quer dizer que a caixa com canetas azuis não está na mais baixa.

PA=prateleira alta

PM=prateleira do meio

PB=prateleira mais baixa

	PA	PM	PB
Azul			N
Vermelha			
Preta			

II. a caixa com 30 canetas não é a que tem canetas azuis, e a caixa com 20 canetas ficou na prateleira mais alta.

	Azul	Vermelha	Preta	PA	PM	PB
20			N	S	N	N
30	N			N		

50				N		
----	--	--	--	---	--	--

III. na prateleira mais baixa, encontra-se a caixa com mais canetas.

	Azul	Vermelha	Preta	PA	PM	PB
20			N	S	N	N
30	N			N	S	N
50				N	N	S

IV. a caixa com canetas azuis não foi colocada na prateleira do meio, e a caixa com mais canetas não é a de canetas pretas.

	PA	PM	PB
Azul	S	N	N
Vermelha	N		
Preta	N		

Podemos concluir que a azul está na prateleira mais alta e é a caixa com 20 canetas.

Portanto, a caixa de canetas pretas está na prateleira do meio e tem 30 canetas (IV. A caixa com canetas azuis não foi colocada na prateleira do meio, e a caixa com mais canetas não é a de canetas pretas).

E a caixa de canetas vermelhas está na prateleira do meio e tem 50 canetas (III. Na prateleira mais baixa, encontra-se a caixa com mais canetas).

Vermelhas-50

Pretas-30

Azuis-20

05. Resposta: Errado.

	Carne	Frango	Peixe	João	Pedro	Rodrigo
Azul	F			F	V	F
Branca	F				F	
Verde	V	F	F		F	
João						
Pedro						
Rodrigo		F				

Ele pode ter pedido frango ou peixe.



Compreensão e elaboração da lógica das situações por meio de: raciocínio verbal, raciocínio matemático, raciocínio sequencial, orientação espacial e temporal, formação de conceitos, discriminação de elementos.

RACIOCÍNIO LÓGICO

Raciocínio lógico é um processo de estruturação do pensamento de acordo com as normas da lógica que permite chegar a uma determinada conclusão ou resolver um problema. É aquele que se desvincula das relações entre os objetos e procede da própria elaboração do indivíduo. Surge através da coordenação das relações previamente criadas entre os objetos.

Um **raciocínio lógico** requer consciência e capacidade de organização do pensamento. É possível resolver problemas usando o raciocínio lógico. No entanto, ele não pode ser ensinado diretamente, mas pode ser desenvolvido através da resolução de exercícios lógicos que contribuem para a evolução de algumas habilidades mentais.

Raciocínio lógico matemático ou quantitativo

É o raciocínio usado para a resolução de alguns problemas e exercícios matemáticos. Esses exercícios são frequentemente usados no âmbito escolar, através de problemas matriciais, geométricos e aritméticos, para que os alunos desenvolvam determinadas aptidões. Este tipo de raciocínio é bastante usado em áreas como a análise combinatória.

Raciocínio analítico (crítico) ou Lógica informal

É a capacidade de raciocinar rapidamente através da percepção. Em concursos exigem bastante senso crítico do candidato e capacidade de interpretação, portanto exigem mecanismos próprios para a resolução das questões. O raciocínio analítico nada mais é que a avaliação de situações através de interpretação lógica de textos.

Muitas questões podem ser resolvidas pela simples intuição. Porém, sem o devido treinamento, mesmo os melhores terão dificuldade em resolvê-las no exíguo tempo disponível nos concursos. Grande parte dos problemas de Raciocínio Lógico, como não poderia deixar de ser, serão do tipo “charada” ou “quebra-cabeças”. Alguns problemas que caem nos concursos exigem muita criatividade, malícia e sorte.

Portanto veremos alguns conceitos sobre lógica e, posteriormente, alguns testes para avaliação do aprendizado. No mais, já servindo como dica, raciocínio lógico deve ser estudado, principalmente, através da prática, ou seja, resolução de testes. Pode, à primeira vista, parecer complexa a disciplina “Raciocínio Lógico”. Entretanto, ela está ao alcance de toda pessoa que memorize as regras e exercite bastante. Portanto, mãos à obra.

Tipos de raciocínio

Raciocínio verbal - consiste na capacidade de apreensão e estruturação de elementos verbais, culminando na formação de significados e uma ordem e relação entre eles.

Raciocínio espacial - remete para a aptidão para criar e manipular representações mentais visuais. Está relacionada com a capacidade de visualização e de raciocinar em três dimensões.

Raciocínio abstrato - responsável pelo pensamento abstrato e a capacidade para determinar ligações abstratas entre conceitos através de ideias inovadoras.

CONCEITOS LÓGICOS

Uma definição ampla e precisa da Lógica, ou da ciência da lógica, que englobe com rigor todo o seu domínio atual, não é uma tarefa fácil mesmo para o especialista nessa matéria, porém faremos com que possa ficar de uma maneira acessível o entendimento.

Em uma primeira aproximação, a lógica pode ser entendida como a ciência que estuda os princípios e métodos que permitem estabelecer as condições de validade e invalidade dos argumentos.

Pode-se pensar na lógica como o estudo da validade dos argumentos, focalizando a atenção não no conteúdo, mas sim na sua forma ou na sua estrutura.

A lógica, também chamada de formal, simbólica ou ainda matemática, pode ser tratada, a grosso modo, mediante três concepções:

- 1º Lógica como um sistema de regras;
- 2º Lógica como um conjunto de leis;
- 3º Lógica como estrutura linguística.

Em sentido mais amplo podemos dizer que a Lógica está relacionada a maneira específica de raciocinar de forma acertada, isto é, a capacidade do indivíduo de resolver problemas complexos que envolvem questões matemáticas, as sequências de números, palavras, entre outros e de desenvolver essa capacidade de chegar a validade do seu raciocínio.

O estudo das estruturas lógicas, consiste em aprendermos a associar determinada preposição ao conectivo correspondente. Mas é necessário aprendermos alguns conceitos importantes para o aprendizado.

Vejamos alguns exemplos:

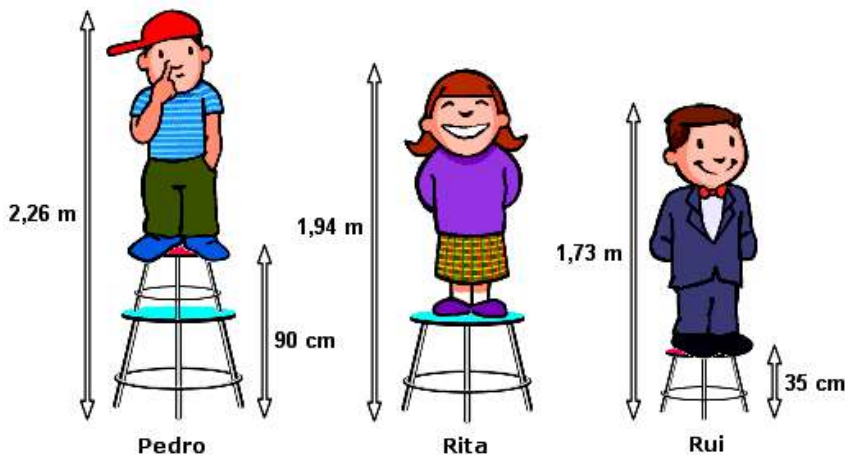
01- Um exemplo que roda pela internet e redes sociais, os quais são chamados de Desafios, os mesmos envolvem o “raciocínio” para chegarmos ao resultado:

**Num avião há 4 romanos e um 1 inglês.
Qual o nome da aeromoça?**

- a) Maria
- b) Judite
- c) Letícia
- d) Ivone
- e) Luiza

Solução: 4 em romanos é **IV** e 1 em inglês é **ONE**, logo juntando os dois temos: **IVONE**.

02 - O Pedro, a Rita e o Rui têm alturas diferentes.



Levando em consideração as medidas indicadas e escreva o nome das três crianças, do mais baixo para o mais alto.

Solução: Neste caso teremos que fazer a diferença entre a altura maior e a do banco (menor).

Mas antes vamos transformar, pois temos que as unidades de medidas são diferentes. Sabemos que 1m = 100cm. Observe que o banco de Pedro é a soma do de Rita com o de Rui.

$$\text{Pedro} = \text{Rita} + \text{Rui} \rightarrow 90 = \text{Rita} + 35 \rightarrow \text{Rita} = 90 - 35 \rightarrow \text{Rita} = 55 \text{ cm}$$

Nome	Altura(cm)	Banco(cm)	Altura real (cm)
Pedro	226	90	136
Rita	194	55	139
Rui	173	35	138

Logo a ordem do mais baixo para o mais alto é: Pedro, Rui e Rita.

03 - Qual das seguintes palavras não se enquadra no grupo?

- (A) Faca
- (B) Cisne
- (C) Lápis
- (D) Bonito
- (E) Livro
- (F) Pluma

Solução: Observe que todas as palavras, exceto uma, não é substantivo: Bonito, logo a palavra que não faz parte do grupo é a que está na alternativa D.

Este é um assunto muito cobrado em concursos e exige que o candidato tenha domínio de habilidades e conteúdos matemáticos (aritméticos, algébricos e geométricos) para sua resolução. Para que se ganhe gradativamente essas habilidades e o domínio dos conteúdos. Vejamos algumas questões que abordam o assunto.

Referências

<http://conceito.de/raciocinio-logico>

<http://www.significados.com.br/raciocinio-logico>

Questões

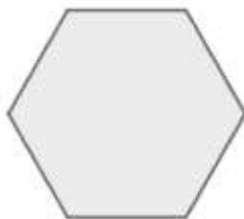
01. (SESAU-RO – Enfermeiro – FUNRIO/2017) Cinco times de futebol (Ajax, Barça, Celtas, Dínamo e Espanhol) estão disputando um torneio. Não há outros times no torneio. No momento sabe-se, em relação às posições dessas equipes na tabela de classificação, que:

- Dínamo está em terceiro.
- Ajax está na frente do Celtas.
- O último colocado é o Barça.
- Espanhol está imediatamente atrás do Ajax.

O time que está na primeira posição é o:

- (A) Ajax.
- (B) Barça.
- (C) Celtas
- (D) Dínamo.
- (E) Espanhol.

02. (TRT – 20ª REGIÃO – Analista Judiciário – FCC) Marina, Kátia, Carolina e Joana se sentam em uma mesa hexagonal (seis assentos), conforme indica a figura abaixo.



Sabe-se que Carolina se senta imediatamente à direita de Marina e em frente à Kátia; e que Joana não se senta em frente a um lugar vazio. Dessa forma, é correto afirmar que, necessariamente,

- (A) Kátia se senta imediatamente ao lado de dois lugares vazios.
- (B) Joana se senta imediatamente ao lado de Kátia.
- (C) Marina se senta em frente à Kátia.
- (D) Carolina se senta imediatamente ao lado de dois lugares vazios.
- (E) Carolina está tão distante de Kátia na mesa quanto está de Marina.

03. (CODEBA – Técnico Portuário – FGV) As letras da sigla CODEBA foram embaralhadas e a nova sequência dessas mesmas letras possui as seguintes propriedades:

- nenhuma das 6 letras ocupa a sua posição inicial.
- as vogais aparecem juntas, na mesma ordem que estavam: O, E, A.
- a 5ª letra não é D.
- a letra B aparece antes da letra C.

É correto concluir que, na nova sequência,

- (A) a 3ª letra é E.
- (B) a 5ª letra é A.
- (C) a 1ª letra é B.
- (D) a 4ª letra é C.
- (E) a 6ª letra é D.

04. (SESAU-RO – Farmacêutico – FUNRIO/2017) A soma de 10 números é 400. Um desses números é o 44. Assim, avalie se as seguintes afirmativas são falsas (F) ou verdadeiras (V):

Ao menos um dos demais 9 números é menor do que 40.

Ao menos três números são menores ou iguais a 39.

Ao menos um dos números é menor do que 37.

As afirmativas são respectivamente:

(A) F, V e V.

(B) V, F e V.

(C) V, F e F.

(D) F, V e F.

(E) F, F e F.

05. (SESAU-RO – Técnico em Informática – FUNRIO/2017) Capitu é mais baixa que Marilu e é mais alta que Lulu. Lulu é mais alta que Babalu mas é mais baixa que Analu. Marilu é mais baixa que Analu. Assim, a mais alta das cinco é:

(A) Analu.

(B) Babalu.

(C) Capitu.

(D) Lulu.

(E) Marilu.

06. Um terreno retangular será cercado com arames e estacas. Quantas estacas serão necessárias se em cada lado terá de haver 20 delas?

(A) 80 estacas.

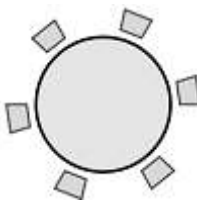
(B) 78 estacas.

(C) 76 estacas.

(D) 74 estacas.

(E) 72 estacas.

07. (Pref. Cuiabá/MT – Técnico em Administração Escolar – FGV) As pessoas A, B, C, D, E e F estão sentadas em volta da mesa circular mostrada a seguir.



Sabe-se que:

• A e B estão juntos.

• E e F não estão juntos.

• D está à direita de A, mas não está em frente de F.

É correto afirmar que:

(A) F está à esquerda de C.

(B) B está em frente de E.

(C) E está à direita de B.

(D) B está à direita de A.

(E) C está em frente de D.

08. (Câmara de Aracruz/ES – Agente Administrativo e Legislativo – IDECAN) Analise a lógica envolvida nas figuras a seguir.

C	E	H
L	G	S
I	K	?

A letra que substitui o sinal “?” é:

- (A) O.
- (B) R.
- (C) T.
- (D) W.

09. (Pref. Barbacena/MG – Advogado – FCM) Maria tem três filhos, Bianca, Celi e João, e seis netos, Ana, André, Beth, Cláudia, Fernando e Paula. Sabe-se que:

Bianca tem três filhos(as).

Celi tem dois filhos(as).

João tem um(a) filho(a).

Cláudia não tem irmãos.

Beth é irmã de Paula.

André não tem irmãs.

Com essas informações, pode-se afirmar que Ana é

(A) filha de Celi.

(B) prima de Beth.

(C) prima de Paula.

(D) filha de Bianca.

Respostas

01. Resposta: A.

Analisando as alternativas:

✓ Dínamo está em terceiro.

Letra D fora

✓ Ajax está na frente do Celta.

?

✓ O último colocado é o Barça.

Letra B fora

✓ Espanhol está imediatamente atrás do Ajax.

Letra E fora

A essa altura ficamos entre a letra A e E. Só que como o Ajax está na frente do Celta, Ajax é o primeiro colocado.

Letra A

02. Resposta: B.

De acordo com as informações presentes no enunciado temos:

1º Carolina se senta imediatamente à direita de Marina.

	1	2	
M			3
C		4	

2º e em frente à Kátia.

	1	K	
M			3
C		4	

3º e que Joana não se senta em frente a um lugar vazio. Logo não poderá sentar em 1 e nem em 4, portanto sentará em 3.

1 K
M J
C 4

Letra B.

03. Resposta: E.

Pelo enunciado:

Nenhuma das 6 letras ocupa a sua posição inicial.

A 5ª letra não é D.

As vogais aparecem juntas, na mesma ordem que estavam: O, E, A.

O E A ___ ___ ___ ---> Ok.

___ O E A ___ ___ ---> O ESTÁ OCUPANDO A MESMA POSIÇÃO, NÃO PODE.

___ ___ O E A ___ ---> E ESTÁ OCUPANDO A MESMA POSIÇÃO, NÃO PODE.

___ ___ ___ O E A ---> A ESTÁ OCUPANDO A MESMA POSIÇÃO, NÃO PODE.

A letra B aparece antes da letra C.

O E A ___ ___ ___

D não pode ser a 5ª, então na quinta ficará B ou C, então teríamos B C D ou D B C, mas o B ocuparia a mesma posição nos deixando apenas a opção B C D.

Alternativa E.

04. Resposta: C

Se um dos números é 44, os outros nove somam 356.

Dividindo 356 por 9, temos 39,9999.... Logo, podemos ver que não importa quais são os números, um necessariamente será menor que 40. Por isso, a afirmativa I é Verdadeira.

É possível que menos de 3 números seja menor maior que 39. Por exemplo, $100 + 100 + 100 + 40 + 10 + 2 + 2 + 1 + 1 = 356$. Logo, afirmativa II é Falsa.

Como vimos, é possível que os 9 números restantes sejam iguais a 39,999... ou seja, afirmação III é Falsa.

Gabarito: V, F e F.

05. Resposta: A.

Seja A= Analu, B= Babalu, C= Capitu, L= Lulu e M= Marilu.

Pelo enunciado temos:

M>L

L>B

A>L

A>M.

Portanto a maior de todas é A= Analu.

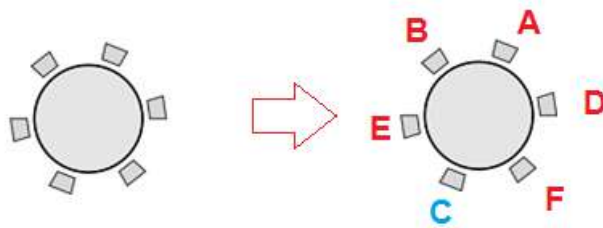
06. Resposta: C.

Se em cada lado deverá haver 20 estacas, nos quatro lados do terreno deverá ter $4 \times 20 - 4 = 76$ estacas.

Diminuímos 4 porque contando 20 em cada lado as que estão no canto (vértices) foram contadas duas vezes.

07. Resposta: A.

Interpretando o enunciado temos a seguinte disposição:



Observe que C é o lugar que sobra, dentro das afirmações.

08. Resposta: C.

Substituindo as letras pelas posições no alfabeto:

C - 3º posição do alfabeto / E - 5º posição do alfabeto / H - 8º posição do alfabeto
 L - 12º posição do alfabeto / G - 7º posição do alfabeto / S - 19º posição do alfabeto
 I - 9º posição do alfabeto / K - 11º posição do alfabeto / Qual será a letra?

Após a substituição observamos que a 1ª letra é a diferença das outras duas:

C (3) E (5) H (8)
 L (12) G (7) S (19)
 I (9) K (11) ?

$8 - 5 = 3$

$19 - 7 = 12$

$? - 11 = 9 \rightarrow ? = 9 + 11 \rightarrow ? = 20 = T.$

09. Resposta: D.

Partindo das informações temos:

	Filhos (3)	Netos (6)
Maria	Bianca (3 filhos(as))	
	Celi (2 filhos (as))	
	João (1 filho (a))	

Netos: André e Fernando (2)

Netas: Ana, Beth, Claudia, Paula (4)

- A resposta mais direta é a de Claudia que não tem irmãos, logo é filha única e só pode ser filha de João.

- Depois temos que André não tem irmãs. Logo ele pode ter irmão, como só tem 2 meninos. André e Fernando são filhos de Celi.

- Observe que sobrou Ana, Beth e Paula que só podem ser filhas de Bianca.

Analisando as alternativas a única correta é a D.

ORIENTAÇÃO ESPACIAL E TEMPORAL

Orientação espacial e temporal verifica a capacidade de abstração no espaço e no tempo. Costuma ser cobrado em questões sobre a disposições de dominós, dados, baralhos, amontoados de cubos com símbolos especificados em suas faces, montagem de figuras com subfiguras, figuras fractais, dentre outras.

Inclui também as famosas sequências de figuras nas quais se pede a próxima. Serve para verificar a capacidade do candidato em resolver problemas com base em estímulos visuais.

Raciocínio Lógico Espacial e Temporal envolvem figuras, dados e datas (calendário, ou seja, envolve o tempo).

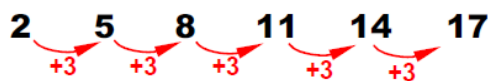
Foi pelo processo do raciocínio que ocorreu o desenvolvimento do método matemático, este considerado instrumento puramente teórico e dedutivo, que prescinde de dados empíricos. Logo, resumidamente o raciocínio pode ser considerado também um dos integrantes dos mecanismos dos processos cognitivos superiores da formação de conceitos e da solução de problemas.

Sequências Lógicas

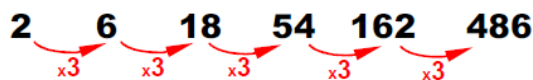
As sequências podem ser formadas por números, letras, pessoas, figuras, etc. Existem várias formas de se estabelecer uma sequência, o importante é que existem pelo menos três elementos que caracterize a lógica de sua formação, entretanto algumas séries necessitam de mais elementos para definir sua lógica.

Sequência de Números

Progressão Aritmética: Soma-se constantemente um mesmo número.



Progressão Geométrica: Multiplica-se constantemente um mesmo número.



Incremento em Progressão: O valor somado é que está em progressão.



Série de Fibonacci: Cada termo é igual à soma dos dois anteriores.

1 1 2 3 5 8 13

Números Primos: Naturais que possuem apenas dois divisores naturais.

2 3 5 7 11 13 17

Quadrados Perfeitos: Números naturais cujas raízes são naturais.

1 4 9 16 25 36 49

Sequência de Letras

As sequências de letras podem estar associadas a uma série de números ou não. Em geral, devemos escrever todo o alfabeto (observando se deve, ou não, contar com k, y e w) e circular as letras dadas para entender a lógica proposta.

A C F J O U

Observe que foram saltadas 1, 2, 3, 4 e 5 letras e esses números estão em progressão.

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U

B1 2F H4 8L N16 32R T64

Nesse caso, associou-se letras e números (potências de 2), alternando a ordem. As letras saltam 1, 3, 1, 3, 1, 3 e 1 posições.

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T

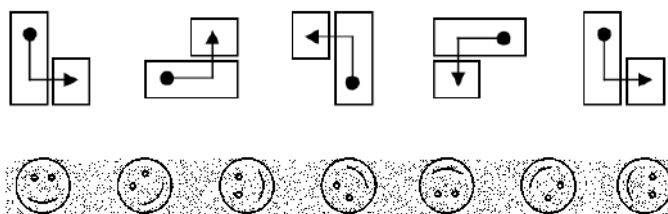
Sequência de Pessoas

Na série a seguir, temos sempre um homem seguido de duas mulheres, ou seja, aqueles que estão em uma posição múltipla de três ($3^0, 6^0, 9^0, 12^0, \dots$) serão mulheres e a posição dos braços sempre alterna, ficando para cima em uma posição múltipla de dois ($2^0, 4^0, 6^0, 8^0, \dots$). Sendo assim, a sequência se repete a cada seis termos, tornando possível determinar quem estará em qualquer posição.



Sequência de Figuras

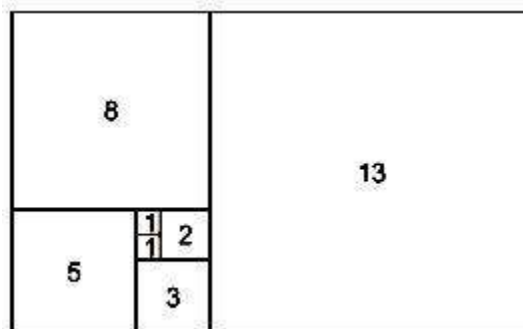
Esse tipo de sequência pode seguir o mesmo padrão visto na sequência de pessoas ou simplesmente sofrer rotações, como nos exemplos a seguir.



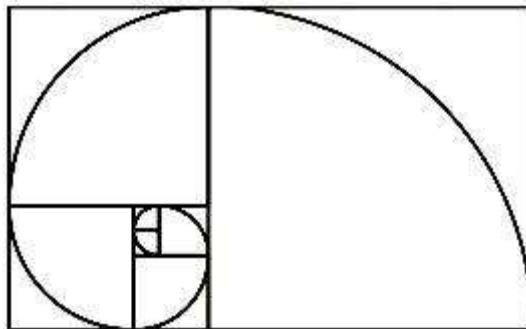
Sequência de Fibonacci

O matemático Leonardo Pisa, conhecido como Fibonacci, propôs no século XIII, a sequência numérica: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...). Essa sequência tem uma lei de formação simples: cada elemento, a partir do terceiro, é obtido somando-se os dois anteriores. Veja: $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 2 = 5$ e assim por diante. Desde o século XIII, muitos matemáticos, além do próprio Fibonacci, dedicaram-se ao estudo da sequência que foi proposta, e foram encontradas inúmeras aplicações para ela no desenvolvimento de modelos explicativos de fenômenos naturais.

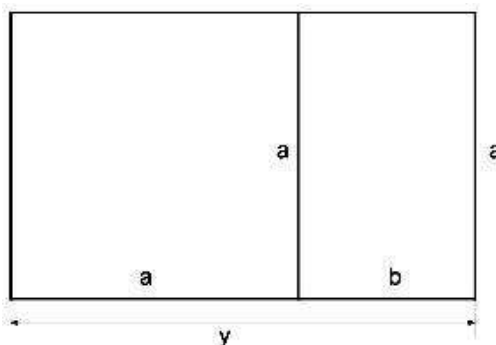
Veja alguns exemplos das aplicações da sequência de Fibonacci e entenda porque ela é conhecida como uma das maravilhas da Matemática. A partir de dois quadrados de lado 1, podemos obter um retângulo de lados 2 e 1. Se adicionarmos a esse retângulo um quadrado de lado 2, obtemos um novo retângulo 3×2 . Se adicionarmos agora um quadrado de lado 3, obtemos um retângulo 5×3 . Observe a figura a seguir e veja que os lados dos quadrados que adicionamos para determinar os retângulos formam a sequência de Fibonacci.



Se utilizarmos um compasso e traçarmos o quarto de circunferência inscrito em cada quadrado, encontraremos uma espiral formada pela concordância de arcos cujos raios são os elementos da sequência de Fibonacci.



O Partenon que foi construído em Atenas pelo célebre arquiteto grego Fídias. A fachada principal do edifício, hoje em ruínas, era um retângulo que continha um quadrado de lado igual à altura. Essa forma sempre foi considerada satisfatória do ponto de vista estético por suas proporções sendo chamada *retângulo áureo* ou *retângulo de ouro*.



Como os dois retângulos indicados na figura são semelhantes temos: $\frac{y}{a} = \frac{a}{b}$ (1).

Como: $b = y - a$ (2).

Substituindo (2) em (1) temos: $y^2 - ay - a^2 = 0$.

Resolvendo a equação:

$$y = \frac{a(1 \pm \sqrt{5})}{2} \text{ em que } \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 0\right) \text{ não convém.}$$

$$\text{Logo: } \frac{y}{a} = \frac{(1 + \sqrt{5})}{2} = 1,61803398875$$

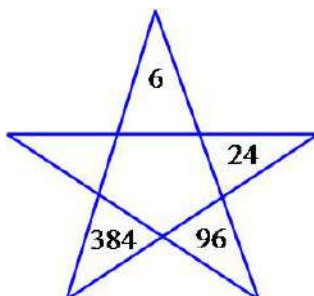
Esse número é conhecido como número de ouro e pode ser representado por:

$$\theta = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Todo retângulo e que a razão entre o maior e o menor lado for igual a θ é chamado retângulo áureo como o caso da fachada do Partenon.

As figuras a seguir possuem números que representam uma sequência lógica. Veja os exemplos:

Exemplo 1



A sequência numérica proposta envolve multiplicações por 4.

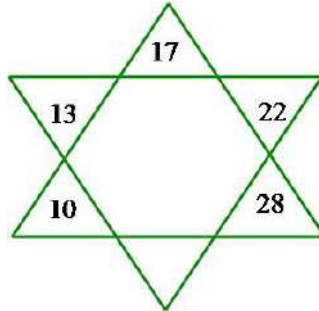
$$6 \times 4 = 24$$

$$24 \times 4 = 96$$

$$96 \times 4 = 384$$

$$384 \times 4 = 1536$$

Exemplo 2



A diferença entre os números vai aumentando 1 unidade.

$$13 - 10 = 3$$

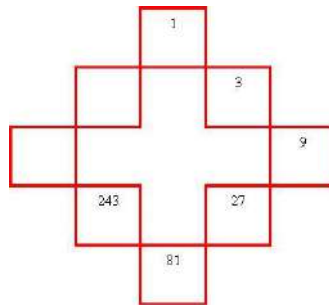
$$17 - 13 = 4$$

$$22 - 17 = 5$$

$$28 - 22 = 6$$

$$35 - 28 = 7$$

Exemplo 3



Multiplicar os números sempre por 3.

$$1 \times 3 = 3$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$9 \times 3 = 27$$

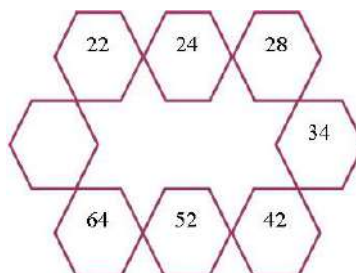
$$27 \times 3 = 81$$

$$81 \times 3 = 243$$

$$243 \times 3 = 729$$

$$729 \times 3 = 2187$$

Exemplo 4



A diferença entre os números vai aumentando 2 unidades.

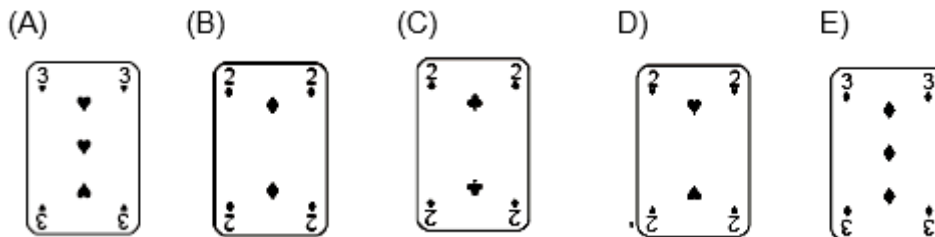
- 24 - 22 = 2
- 28 - 24 = 4
- 34 - 28 = 6
- 42 - 34 = 8
- 52 - 42 = 10
- 64 - 52 = 12
- 78 - 64 = 14

Questões

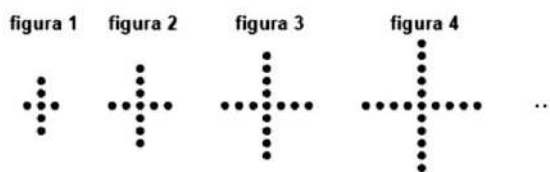
01. Observe atentamente a disposição das cartas em cada linha do esquema seguinte:



A carta que está oculta é:



02. Considere que a sequência de figuras foi construída segundo um certo critério.



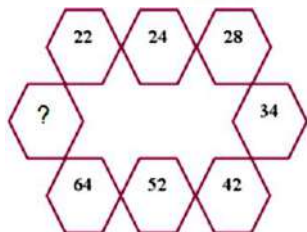
Se tal critério for mantido, para obter as figuras subsequentes, o total de pontos da figura de número 15 deverá ser:

- (A) 69
- (B) 67
- (C) 65
- (D) 63
- (E) 61

03. O próximo número dessa sequência lógica é: 1000, 990, 970, 940, 900, 850, ...

- (A) 800
- (B) 790
- (C) 780
- (D) 770

04. Na sequência lógica de números representados nos hexágonos, da figura abaixo, observa-se a ausência de um deles que pode ser:



- (A) 76
- (B) 10
- (C) 20
- (D) 78

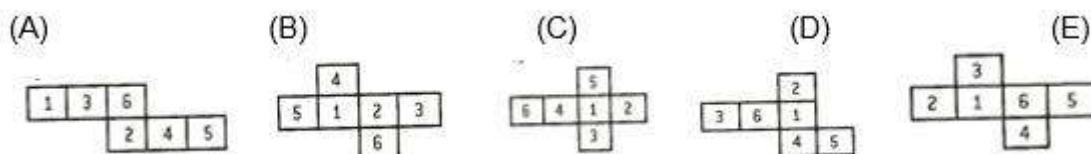
05. Uma criança brincando com uma caixa de palitos de fósforo constrói uma sequência de quadrados conforme indicado abaixo:



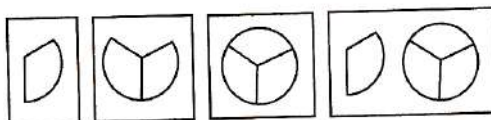
Quantos palitos ele utilizou para construir a 7ª figura?

- (A) 20 palitos
- (B) 25 palitos
- (C) 28 palitos
- (D) 22 palitos

06. Ana fez diversas planificações de um cubo e escreveu em cada um, números de 1 a 6. Ao montar o cubo, ela deseja que a soma dos números marcados nas faces opostas seja 7. A única alternativa cuja figura representa a planificação desse cubo tal como deseja Ana é:



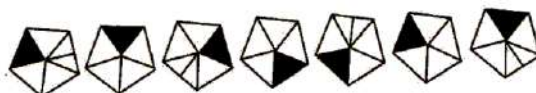
07. As figuras da sequência dada são formadas por partes iguais de um círculo.



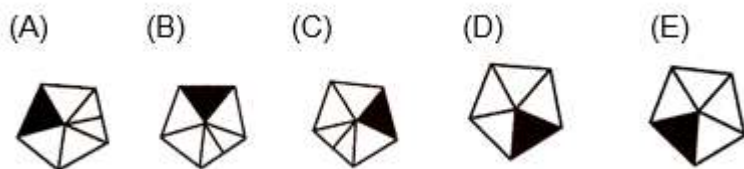
Continuando essa sequência, obtém-se exatamente 16 círculos completos na:

- (A) 36ª figura
- (B) 48ª figura
- (C) 72ª figura
- (D) 80ª figura
- (E) 96ª figura

08. Analise a sequência a seguir:



Admitindo-se que a regra de formação das figuras seguintes permaneça a mesma, pode-se afirmar que a figura que ocuparia a 277ª posição dessa sequência é:



09. Observe a sequência: 2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, ... Qual é o próximo número?

- (A) 20
- (B) 21
- (C) 100
- (D) 200

10. Observe a sequência: 3, 13, 30, ... Qual é o próximo número?

- (A) 4
- (B) 20
- (C) 31
- (D) 21

11. Os dois pares de palavras abaixo foram formados segundo determinado critério.

LACRAÇÃO → *cal*

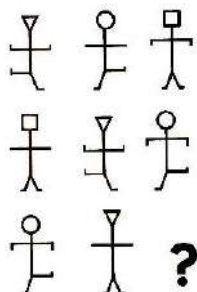
AMOSTRA → *soma*

LAVRAR → ?

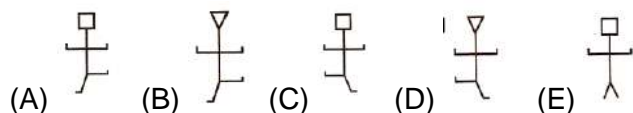
Segundo o mesmo critério, a palavra que deverá ocupar o lugar do ponto de interrogação é:

- (A) alar
- (B) rala
- (C) ralar
- (D) larva
- (E) arval

12. Observe que as figuras abaixo foram dispostas, linha a linha, segundo determinado padrão.



Segundo o padrão estabelecido, a figura que substitui corretamente o ponto de interrogação é:



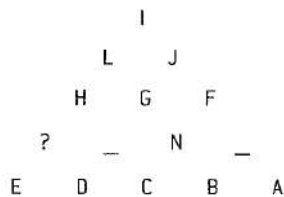
13. Observe que na sucessão seguinte os números foram colocados obedecendo a uma lei de formação.

4	8	5	X	7	14	11
4	12	10	Y	28	84	82

Os números X e Y, obtidos segundo essa lei, são tais que $X + Y$ é igual a:

- (A) 40
- (B) 42
- (C) 44
- (D) 46
- (E) 48

14. A figura abaixo representa algumas letras dispostas em forma de triângulo, segundo determinado critério.



Considerando que na ordem alfabética usada são excluídas as letra “K”, “W” e “Y”, a letra que substitui corretamente o ponto de interrogação é:

- (A) P
- (B) O
- (C) N
- (D) M
- (E) L

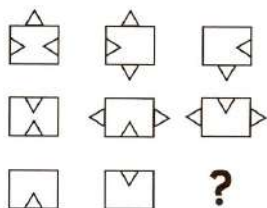
15. Considere que a sequência seguinte é formada pela sucessão natural dos números inteiros e positivos, sem que os algarismos sejam separados.

1234567891011121314151617181920...

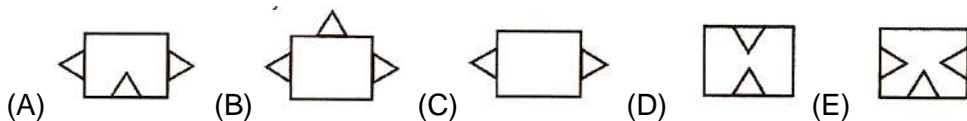
O algarismo que deve aparecer na 276ª posição dessa sequência é:

- (A) 9
- (B) 8
- (C) 6
- (D) 3
- (E) 1

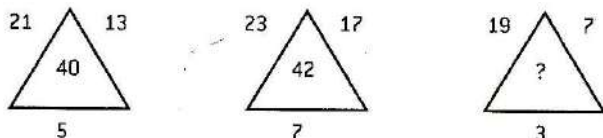
16. Em cada linha abaixo, as três figuras foram desenhadas de acordo com determinado padrão.



Segundo esse mesmo padrão, a figura que deve substituir o ponto de interrogação é:



17. Observe que, na sucessão de figuras abaixo, os números que foram colocados nos dois primeiros triângulos obedecem a um mesmo critério.



Para que o mesmo critério seja mantido no triângulo da direita, o número que deverá substituir o ponto de interrogação é:

- (A) 32
- (B) 36
- (C) 38
- (D) 42
- (E) 46

18. Considere a seguinte sequência infinita de números: 3, 12, 27, __, 75, 108,... O número que preenche adequadamente a quarta posição dessa sequência é:

- (A) 36,
- (B) 40,
- (C) 42,
- (D) 44,
- (E) 48

19. Observando a sequência $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \dots)$ o próximo número será:

- (A) $\frac{1}{24}$
- (B) $\frac{1}{30}$
- (C) $\frac{1}{36}$
- (D) $\frac{1}{40}$

20. Considere a sequência abaixo:

<i>BBB</i>	<i>BXB</i>	<i>XXB</i>
<i>XBX</i>	<i>XBX</i>	<i>XBX</i>
<i>BBB</i>	<i>BXB</i>	<i>BXX</i>

O padrão que completa a sequência é:

(A)	(B)	(C)
XXX	XXB	XXX
XXX	XBX	XXX
XXX	BXX	XXB

(D)	(E)
XXX	XXX
XBX	XBX
XXX	BXX

21. Na série de Fibonacci, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. Sabendo-se que os dois primeiros termos, por definição, são 0 e 1, o sexto termo da série é:

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

22. Nosso código secreto usa o alfabeto *A B C D E F G H I J L M N O P Q R S T U V X Z*. Do seguinte modo: cada letra é substituída pela letra que ocupa a quarta posição depois dela. Então, o “A” vira “E”, o “B” vira “F”, o “C” vira “G” e assim por diante. O código é “circular”, de modo que o “U” vira “A” e assim por diante. Recebi uma mensagem em código que dizia: BSA HI EDAP. Decifrei o código e li:

- (A) FAZ AS DUAS;
- (B) DIA DO LOBO;
- (C) RIO ME QUER;
- (D) VIM DA LOJA;
- (E) VOU DE AZUL.

23. A sentença “*Social está para laicos assim como 231678 está para...*” é melhor completada por:

- (A) 326187;
- (B) 876132;
- (C) 286731;
- (D) 827361;
- (E) 218763.

24. A sentença “Salta está para Atlas assim como 25435 está para...” é melhor completada pelo seguinte número:

- (A) 53452;
- (B) 23455;
- (C) 34552;
- (D) 43525;
- (E) 53542.

25. Repare que com um número de 5 algarismos, respeitada a ordem dada, podem-se criar 4 números de dois algarismos. Por exemplo: de 34.712, podem-se criar o 34, o 47, o 71 e o 12. Procura-se um número de 5 algarismos formado pelos algarismos 4, 5, 6, 7 e 8, sem repetição. Veja abaixo alguns números desse tipo e, ao lado de cada um deles, a quantidade de números de dois algarismos que esse número tem em comum com o número procurado.

Número dado	Quantidade de números de 2 algarismos em comum
48.765	1
86.547	0
87.465	2
48.675	1

O número procurado é:

- (A) 87456
- (B) 68745
- (C) 56874
- (D) 58746
- (E) 46875

26. Considere que os símbolos \diamond e \clubsuit que aparecem no quadro seguinte, substituem as operações que devem ser efetuadas em cada linha, a fim de se obter o resultado correspondente, que se encontra na coluna da extrema direita.

36	\diamond	4	\clubsuit	5	=	14
48	\diamond	6	\clubsuit	9	=	17
54	\diamond	9	\clubsuit	7	=	?

Para que o resultado da terceira linha seja o correto, o ponto de interrogação deverá ser substituído pelo número:

- (A) 16
- (B) 15
- (C) 14
- (D) 13
- (E) 12

27. Segundo determinado critério, foi construída a sucessão seguinte, em que cada termo é composto de um número seguido de uma letra: A1 – E2 – B3 – F4 – C5 – G6 – Considerando que no alfabeto usado são excluídas as letras K, Y e W, então, de acordo com o critério estabelecido, a letra que deverá anteceder o número 12 é:

- (A) J
- (B) L
- (C) M
- (D) N
- (E) O

28. Os nomes de quatro animais – MARÁ, PERU, TATU e URSO – devem ser escritos nas linhas da tabela abaixo, de modo que cada uma das suas respectivas letras ocupe um quadrinho e, na diagonal sombreada, possa ser lido o nome de um novo animal.

Excluídas do alfabeto as letras K, W e Y e fazendo cada letra restante corresponder ordenadamente aos números inteiros de 1 a 23 (ou seja, A = 1, B = 2, C = 3,..., Z = 23), a soma dos números que correspondem às letras que compõem o nome do animal é:

- (A) 37
- (B) 39
- (C) 45
- (D) 49
- (E) 51

Nas questões 29 e 30, observe que há uma relação entre o primeiro e o segundo grupos de letras. A mesma relação deverá existir entre o terceiro grupo e um dos cinco grupos que aparecem nas alternativas, ou seja, aquele que substitui corretamente o ponto de interrogação. Considere que a ordem alfabética adotada é a oficial e exclui as letras K, W e Y.

29. CASA: LATA: LOBO: ?

- (A) SOCO
- (B) TOCO
- (C) TOMO
- (D) VOLO
- (E) VOTO

30. ABCA: DEFD: HIJH: ?

- (A) IJLI
- (B) JLMJ
- (C) LMNL
- (D) FGHF
- (E) EFGE

31. Os termos da sucessão seguinte foram obtidos considerando uma lei de formação (0, 1, 3, 4, 12, 13, ...). Segundo essa lei, o décimo terceiro termo dessa sequência é um número:

- (A) Menor que 200.
- (B) Compreendido entre 200 e 400.
- (C) Compreendido entre 500 e 700.
- (D) Compreendido entre 700 e 1.000.
- (E) Maior que 1.000.

Para responder às questões de números 32 e 33, você deve observar que, em cada um dos dois primeiros pares de palavras dadas, a palavra da direita foi obtida da palavra da esquerda segundo determinado critério. Você deve descobrir esse critério e usá-lo para encontrar a palavra que deve ser colocada no lugar do ponto de interrogação.

32. Ardoroso → rodo

Dinamizar → mina

Maratona → ?

- (A) mana
- (B) toma
- (C) tona
- (D) tora
- (E) rato

33. Arborizado → azar

Asteróide → dias

Articular → ?

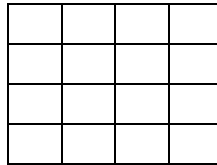
- (A) luar
- (B) arar
- (C) lira
- (D) luta
- (E) rara

34. Preste atenção nesta sequência lógica e identifique quais os números que estão faltando: 1, 1, 2, __, 5, 8, __, 21, 34, 55, __, 144, __...

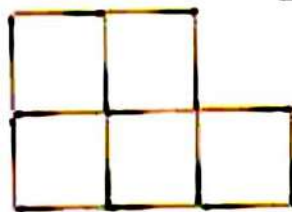
35. Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade e quer sair de lá. Durante o dia, ela consegue subir 2 metros pela parede; mas à noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Depois de quantos dias ela consegue chegar à saída do poço?

36. Quantas vezes você usa o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 100 páginas?

37. Quantos quadrados existem na figura abaixo?



38. Retire três palitos e obtenha apenas três quadrados.



39. Qual será o próximo símbolo da sequência abaixo?



40. Reposicione dois palitos e obtenha uma figura com cinco quadrados iguais.



41. Observe as multiplicações a seguir:

$$12.345.679 \times 18 = 222.222.222$$

$$12.345.679 \times 27 = 333.333.333$$

... ..

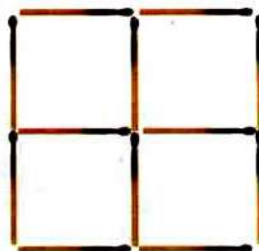
$$12.345.679 \times 54 = 666.666.666$$

Para obter 999.999.999 devemos multiplicar 12.345.679 por quanto?

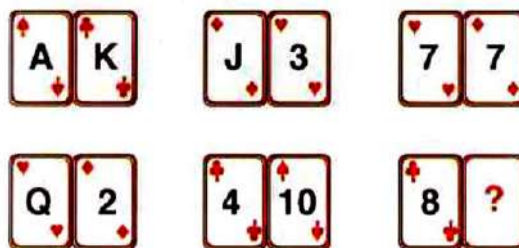
42. Esta casinha está de frente para a estrada de terra. Mova dois palitos e faça com que fique de frente para a estrada asfaltada.



43. Remova dois palitos e deixe a figura com dois quadrados.



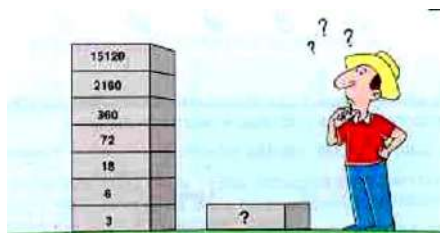
44. As cartas de um baralho foram agrupadas em pares, segundo uma relação lógica. Qual é a carta que está faltando, sabendo que K vale 13, Q vale 12, J vale 11 e A vale 1?



45. Mova um palito e obtenha um quadrado perfeito.



46. Qual o valor da pedra que deve ser colocada em cima de todas estas para completar a sequência abaixo?



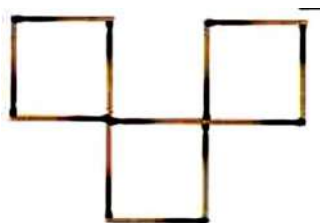
47. Mova três palitos nesta figura para obter cinco triângulos.



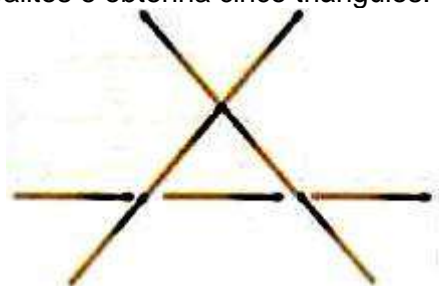
48. Tente dispor 6 moedas em 3 fileiras de modo que em cada fileira fiquem apenas 3 moedas.



49. Reposicione três palitos e obtenha cinco quadrados.



50. Mude a posição de quatro palitos e obtenha cinco triângulos.



Respostas

01. Resposta: A.

A diferença entre os números estampados nas cartas 1 e 2, em cada linha, tem como resultado o valor da 3ª carta e, além disso, o naipe não se repete. Assim, a 3ª carta, dentro das opções dadas só pode ser a da opção (A).

02. Resposta: D.

Observe que, tomando o eixo vertical como eixo de simetria, tem-se:

Na figura 1: 01 ponto de cada lado → 02 pontos no total.

Na figura 2: 02 pontos de cada lado → 04 pontos no total.

Na figura 3: 03 pontos de cada lado → 06 pontos no total.

Na figura 4: 04 pontos de cada lado → 08 pontos no total.

Na figura n : n pontos de cada lado → $2 \cdot n$ pontos no total.

Em particular:

Na figura 15: 15 pontos de cada lado → 30 pontos no total.

Agora, tomando o eixo horizontal como eixo de simetria, tem-se:

Na figura 1: 02 pontos acima e abaixo → 04 pontos no total.

Na figura 2: 03 pontos acima e abaixo → 06 pontos no total.

Na figura 3: 04 pontos acima e abaixo → 08 pontos no total.

Na figura 4: 05 pontos acima e abaixo → 10 pontos no total.

Na figura n : $(n+1)$ pontos acima e abaixo → $2 \cdot (n+1)$ pontos no total.

Em particular:

Na figura 15: 16 pontos acima e abaixo \rightarrow 32 pontos no total. Incluindo o ponto central, que ainda não foi considerado, temos para total de pontos da figura 15: Total de pontos = $30 + 32 + 1 = 63$ pontos.

03. Resposta: B.

Nessa sequência, observamos que a diferença: entre 1000 e 990 é 10, entre 990 e 970 é 20, entre o 970 e 940 é 30, entre 940 e 900 é 40, entre 900 e 850 é 50, portanto entre 850 e o próximo número é 60, dessa forma concluímos que o próximo número é 790, pois: $850 - 790 = 60$.

04. Resposta: D.

Nessa sequência lógica, observamos que a diferença: entre 24 e 22 é 2, entre 28 e 24 é 4, entre 34 e 28 é 6, entre 42 e 34 é 8, entre 52 e 42 é 10, entre 64 e 52 é 12, portanto entre o próximo número e 64 é 14, dessa forma concluímos que o próximo número é 78, pois: $76 - 64 = 14$.

05. Resposta: D.

Observe a tabela:

Figuras	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Nº de Palitos	4	7	10	13	16	19	22

Temos de forma direta, pela contagem, a quantidade de palitos das três primeiras figuras. Feito isto, basta perceber que cada figura a partir da segunda tem a quantidade de palitos da figura anterior acrescida de 3 palitos. Desta forma, fica fácil preencher o restante da tabela e determinar a quantidade de palitos da 7ª figura.

06. Resposta: A.

Na figura apresentada na letra “B”, não é possível obter a planificação de um lado, pois o 4 estaria do lado oposto ao 6, somando 10 unidades. Na figura apresentada na letra “C”, da mesma forma, o 5 estaria em face oposta ao 3, somando 8, não formando um lado. Na figura da letra “D”, o 2 estaria em face oposta ao 4, não determinando um lado. Já na figura apresentada na letra “E”, o 1 não estaria em face oposta ao número 6, impossibilitando, portanto, a obtenção de um lado. Logo, podemos concluir que a planificação apresentada na letra “A” é a única para representar um lado.

07. Resposta: B.

Como na 3ª figura completou-se um círculo, para completar 16 círculos é suficiente multiplicar 3 por 16: $3 \cdot 16 = 48$. Portanto, na 48ª figura existirão 16 círculos.

08. Resposta: B.

A sequência das figuras completa-se na 5ª figura. Assim, continua-se a sequência de 5 em 5 elementos. A figura de número 277 ocupa, então, a mesma posição das figuras que representam número $5n + 2$, com $n \in N$. Ou seja, a 277ª figura corresponde à 2ª figura, que é representada pela letra “B”.

09. Resposta: D.

A regularidade que obedece a sequência acima não se dá por padrões numéricos e sim pela letra que inicia cada número. “Dois, Dez, Doze, Dezesesseis, Dezesete, Dezoito, Dezenove, ... Enfim, o próximo só pode iniciar também com “D”: Duzentos.

10. Resposta: C.

Esta sequência é regida pela inicial de cada número. Três, Treze, Trinta, ... O próximo só pode ser o número Trinta e um, pois ele inicia com a letra “T”.

11. Resposta: E.

Na 1ª linha, a palavra CAL foi retirada das 3 primeiras letras da palavra LACRAÇÃO, mas na ordem invertida. Da mesma forma, na 2ª linha, a palavra SOMA é retirada da palavra AMOSTRA, pelas 4 primeiras letras invertidas. Com isso, da palavra LAVRAR, ao se retirarem as 5 primeiras letras, na ordem invertida, obtém-se ARVAL.

12. Resposta: C.

Em cada linha apresentada, as cabeças são formadas por quadrado, triângulo e círculo. Na 3ª linha já há cabeças com círculo e com triângulo. Portanto, a cabeça da figura que está faltando é um quadrado. As mãos das figuras estão levantadas, em linha reta ou abaixadas. Assim, a figura que falta deve ter as

mãos levantadas (é o que ocorre em todas as alternativas). As figuras apresentam as 2 pernas ou abaixadas, ou 1 perna levantada para a esquerda ou 1 levantada para a direita. Nesse caso, a figura que está faltando na 3ª linha deve ter 1 perna levantada para a esquerda. Logo, a figura tem a cabeça quadrada, as mãos levantadas e a perna erguida para a esquerda.

13. Resposta: A.

Existem duas leis distintas para a formação: uma para a parte superior e outra para a parte inferior. Na parte superior, tem-se que: do 1º termo para o 2º termo, ocorreu uma multiplicação por 2; já do 2º termo para o 3º, houve uma subtração de 3 unidades. Com isso, X é igual a 5 multiplicado por 2, ou seja, $X = 10$. Na parte inferior, tem-se: do 1º termo para o 2º termo ocorreu uma multiplicação por 3; já do 2º termo para o 3º, houve uma subtração de 2 unidades. Assim, Y é igual a 10 multiplicado por 3, isto é, $Y = 30$. Logo, $X + Y = 10 + 30 = 40$.

14. Resposta: A.

A sequência do alfabeto inicia-se na extremidade direita do triângulo, pela letra “A”; aumenta a direita para a esquerda; continua pela 3ª e 5ª linhas; e volta para as linhas pares na ordem inversa – pela 4ª linha até a 2ª linha. Na 2ª linha, então, as letras são, da direita para a esquerda, “M”, “N”, “O”, e a letra que substitui corretamente o ponto de interrogação é a letra “P”.

15. Resposta: B.

A sequência de números apresentada representa a lista dos números naturais. Mas essa lista contém todos os algarismos dos números, sem ocorrer a separação. Por exemplo: **101112** representam os números 10, 11 e 12. Com isso, do número 1 até o número 9 existem 9 algarismos. Do número 10 até o número 99 existem: $2 \times 90 = 180$ algarismos. Do número 100 até o número 124 existem: $3 \times 25 = 75$ algarismos. E do número 124 até o número 128 existem mais 12 algarismos. Somando todos os valores, tem-se: $9 + 180 + 75 + 12 = 276$ algarismos. Logo, conclui-se que o algarismo que ocupa a 276ª posição é o número 8, que aparece no número 128.

16. Resposta: D.

Na 1ª linha, internamente, a 1ª figura possui 2 “orelhas”, a 2ª figura possui 1 “orelha” no lado esquerdo e a 3ª figura possui 1 “orelha” no lado direito. Esse fato acontece, também, na 2ª linha, mas na parte de cima e na parte de baixo, internamente em relação às figuras. Assim, na 3ª linha ocorrerá essa regra, mas em ordem inversa: é a 3ª figura da 3ª linha que terá 2 “orelhas” internas, uma em cima e outra em baixo. Como as 2 primeiras figuras da 3ª linha não possuem “orelhas” externas, a 3ª figura também não terá orelhas externas. Portanto, a figura que deve substituir o ponto de interrogação é a 4ª.

17. Resposta: B.

No 1º triângulo, o número que está no interior do triângulo dividido pelo número que está abaixo é igual à diferença entre o número que está à direita e o número que está à esquerda do triângulo: $40 : 5 = 21 - 13 = 8$.

A mesma regra acontece no 2º triângulo: $42 \div 7 = 23 - 17 = 6$.

Assim, a mesma regra deve existir no 3º triângulo:

$$? \div 3 = 19 - 7$$

$$? \div 3 = 12$$

$$? = 12 \times 3 = 36.$$

18. Resposta: E.

Verifique os intervalos entre os números que foram fornecidos. Dado os números 3, 12, 27, __, 75, 108, obteve-se os seguintes 9, 15, __, __, 33 intervalos. Observe que 3×3 , 3×5 , 3×7 , 3×9 , 3×11 . Logo $3 \times 7 = 21$ e $3 \times 9 = 27$. Então: $21 + 27 = 48$.

19. Resposta: B.

Observe que o numerador é fixo, mas o denominador é formado pela sequência:

Primeiro	Segundo	Terceiro	Quarto	Quinto	Sexto
1	$1 \times 2 = 2$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 6 = 30$

20. Resposta: D.

O que de início devemos observar nesta questão é a quantidade de *B* e de *X* em cada figura. Vejamos:

<i>BBB</i>	<i>BXB</i>	<i>XXB</i>
<i>XBX</i>	<i>XBX</i>	<i>XBX</i>
<i>BBB</i>	<i>BXB</i>	<i>BXX</i>
7<i>B</i> e 2<i>X</i>	5<i>B</i> e 4<i>X</i>	3<i>B</i> e 6<i>X</i>

Vê-se, que os “*B*” estão diminuindo de 2 em 2 e que os “*X*” estão aumentando de 2 em 2; notem também que os “*B*” estão sendo retirados um na parte de cima e um na parte de baixo e os “*X*” da mesma forma, só que não estão sendo retirados, estão, sim, sendo colocados. Logo a 4ª figura é:

XXX
XBX
XXX
1*B* e 8*X*

21. Resposta: D.

Montando a série de Fibonacci temos: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... A resposta da questão é a alternativa “*D*”, pois como a questão nos diz, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. $2 + 3 = 5$

22. Resposta: E.

A questão nos informa que ao se escrever alguma mensagem, cada letra será substituída pela letra que ocupa a quarta posição, além disso, nos informa que o código é “circular”, de modo que a letra “*U*” vira “*A*”. Para deciframos, temos que perceber a posição do emissor e do receptor. O emissor ao escrever a mensagem conta quatro letras à frente para representar a letra que realmente deseja, enquanto que o receptor, deve fazer o contrário, contar quatro letras atrás para decifrar cada letra do código. No caso, nos foi dada a frase para ser decifrada, vê-se, pois, que, na questão, ocupamos a posição de receptores. Vejamos a mensagem: BSA HI EDAP. Cada letra da mensagem representa a quarta letra anterior de modo que:

VxzaB: B na verdade é V;
OpqrS: S na verdade é O;
UvxzA: A na verdade é U;
DefgH: H na verdade é D;
Efghi: I na verdade é E;
AbcdE: E na verdade é A;
ZabcD: D na verdade é Z;
UvxaA: A na verdade é U;
LmnoP: P na verdade é L;

23. Resposta: B.

A questão nos traz duas palavras que têm relação uma com a outra e, em seguida, nos traz uma sequência numérica. É perguntado qual sequência numérica tem a mesma relação com a sequência numérica fornecida, de maneira que, a relação entre as palavras e a sequência numérica é a mesma. Observando as duas palavras dadas, podemos perceber facilmente que têm cada uma 6 letras e que as letras de uma se repete na outra em uma ordem diferente. Tal ordem, nada mais é, do que a primeira palavra de trás para frente, de maneira que SOCIAL vira LAICOS. Fazendo o mesmo com a sequência numérica fornecida, temos: 231678 viram 876132, sendo esta a resposta.

24. Resposta: A.

A questão nos traz duas palavras que têm relação uma com a outra, e em seguida, nos traz uma sequência numérica. Foi perguntado qual a sequência numérica que tem relação com a já dada de maneira que a relação entre as palavras e a sequência numérica é a mesma. Observando as duas palavras dadas podemos perceber facilmente que tem cada uma 6 letras e que as letras de uma se repete na outra em uma ordem diferente. Essa ordem diferente nada mais é, do que a primeira palavra de trás para frente, de maneira que SALTA vira ATLAS. Fazendo o mesmo com a sequência numérica fornecida temos: 25435 vira 53452, sendo esta a resposta.

25. Resposta: E.

Pelo número 86.547, tem-se que 86, 65, 54 e 47 não acontecem no número procurado. Do número 48.675, as opções 48, 86 e 67 não estão em nenhum dos números apresentados nas alternativas. Portanto, nesse número a coincidência se dá no número 75. Como o único número apresentado nas alternativas que possui a sequência 75 é 46.875, tem-se, então, o número procurado.

26. Resposta: D.

O primeiro símbolo representa a divisão e o 2º símbolo representa a soma. Portanto, na 1ª linha, tem-se: $36 \div 4 + 5 = 9 + 5 = 14$. Na 2ª linha, tem-se: $48 \div 6 + 9 = 8 + 9 = 17$. Com isso, na 3ª linha, ter-se-á: $54 \div 9 + 7 = 6 + 7 = 13$. Logo, podemos concluir então que o ponto de interrogação deverá ser substituído pelo número 13.

27. Resposta: A.

As letras que acompanham os números ímpares formam a sequência normal do alfabeto. Já a sequência que acompanha os números pares inicia-se pela letra “E”, e continua de acordo com a sequência normal do alfabeto: 2ª letra: E, 4ª letra: F, 6ª letra: G, 8ª letra: H, 10ª letra: I e 12ª letra: J.

28. Resposta: D.

Escrevendo os nomes dos animais apresentados na lista – MARÁ, PERU, TATU e URSO, na seguinte ordem: PERU, MARÁ, TATU e URSO, obtém-se na tabela:

P	E	R	U
M	A	R	A
T	A	T	U
U	R	S	O

O nome do animal é PATO. Considerando a ordem do alfabeto, tem-se: P = 15, A = 1, T = 19 e O = 14. Somando esses valores, obtém-se: $15 + 1 + 19 + 14 = 49$.

29. Resposta: B.

Na 1ª e na 2ª sequências, as vogais são as mesmas: letra “A”. Portanto, as vogais da 4ª sequência de letras deverão ser as mesmas da 3ª sequência de letras: “O”. A 3ª letra da 2ª sequência é a próxima letra do alfabeto depois da 3ª letra da 1ª sequência de letras. Portanto, na 4ª sequência de letras, a 3ª letra é a próxima letra depois de “B”, ou seja, a letra “C”. Em relação à primeira letra, tem-se uma diferença de 7 letras entre a 1ª letra da 1ª sequência e a 1ª letra da 2ª sequência. Portanto, entre a 1ª letra da 3ª sequência e a 1ª letra da 4ª sequência, deve ocorrer o mesmo fato. Com isso, a 1ª letra da 4ª sequência é a letra “T”. Logo, a 4ª sequência de letras é: T, O, C, O, ou seja, TOCO.

30. Resposta: C.

Na 1ª sequência de letras, ocorrem as 3 primeiras letras do alfabeto e, em seguida, volta-se para a 1ª letra da sequência. Na 2ª sequência, continua-se da 3ª letra da sequência anterior, formando-se DEF, voltando-se novamente, para a 1ª letra desta sequência: D. Com isto, na 3ª sequência, têm-se as letras HIJ, voltando-se para a 1ª letra desta sequência: H. Com isto, a 4ª sequência iniciará pela letra L, continuando por M e N, voltando para a letra L. Logo, a 4ª sequência da letra é: LMNL.

31. Resposta: E.

Do 1º termo para o 2º termo, ocorreu um acréscimo de 1 unidade. Do 2º termo para o 3º termo, ocorreu a multiplicação do termo anterior por 3. E assim por diante, até que para o 7º termo temos $13 \cdot 3 = 39$. 8º termo = $39 + 1 = 40$. 9º termo = $40 \cdot 3 = 120$. 10º termo = $120 + 1 = 121$. 11º termo = $121 \cdot 3 = 363$. 12º termo = $363 + 1 = 364$. 13º termo = $364 \cdot 3 = 1.092$. Portanto, podemos concluir que o 13º termo da sequência é um número maior que 1.000.

32. Resposta: D.

Da palavra “ardoroso”, retiram-se as sílabas “do” e “ro” e inverteu-se a ordem, definindo-se a palavra “rodo”. Da mesma forma, da palavra “dinamizar”, retiram-se as sílabas “na” e “mi”, definindo-se a palavra “mina”. Com isso, podemos concluir que da palavra “maratona”. Deve-se retirar as sílabas “ra” e “to”, criando-se a palavra “tora”.

33. Resposta: A.

Na primeira sequência, a palavra “azar” é obtida pelas letras “a” e “z” em sequência, mas em ordem invertida. Já as letras “a” e “r” são as 2 primeiras letras da palavra “arborizado”. A palavra “dias” foi obtida

da mesma forma: As letras “d” e “l” são obtidas em sequência, mas em ordem invertida. As letras “a” e “s” são as 2 primeiras letras da palavra “asteroides”. Com isso, para a palavras “articular”, considerando as letras “l” e “u”, que estão na ordem invertida, e as 2 primeiras letras, obtém-se a palavra “luar”.

34. O nome da sequência é Sequência de Fibonacci. O número que vem é sempre a soma dos dois números imediatamente atrás dele. A sequência correta é: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...

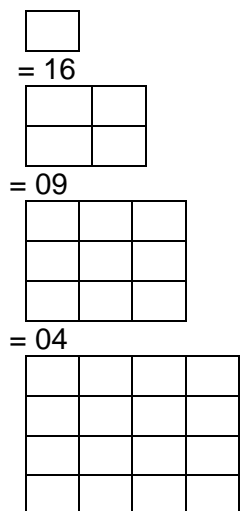
35.

<i>Dia</i>	<i>Subida</i>	<i>Descida</i>
1º	2m	1m
2º	3m	2m
3º	4m	3m
4º	5m	4m
5º	6m	5m
6º	7m	6m
7º	8m	7m
8º	9m	8m
9º	10m	----

Portanto, depois de 9 dias ela chegará na saída do poço.

36. 09 – 19 – 29 – 39 – 49 – 59 – 69 – 79 – 89 – 90 – 91 – 92 – 93 – 94 – 95 – 96 – 97 – 98 – 99. Portanto, são necessários 20 algarismos.

37.



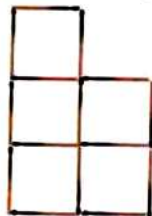
Portanto, há $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ quadrados.

38.



39. Os símbolos são como números em frente ao espelho. Assim, o próximo símbolo será 88.

40.



41.

$$12.345.679 \times (2 \times 9) = 222.222.222$$

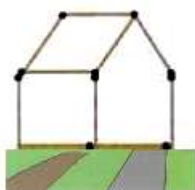
$$12.345.679 \times (3 \times 9) = 333.333.333$$

... ..

$$12.345.679 \times (6 \times 9) = 666.666.666$$

Portanto, para obter 999.999.999 devemos multiplicar 12.345.679 por $(9 \times 9) = 81$

42.

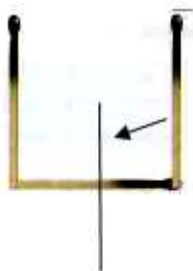


43.



44. Sendo $A = 1$, $J = 11$, $Q = 12$ e $K = 13$, a soma de cada par de cartas é igual a 14 e o naipe de paus sempre forma par com o naipe de espadas. Portanto, a carta que está faltando é o 6 de espadas.

45.

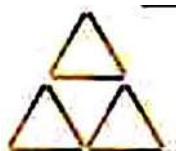


46. Observe que:

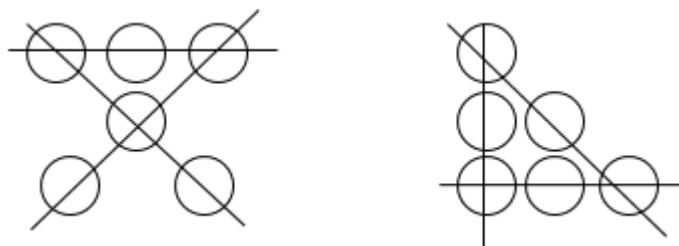
3	6	18	72	360	2160	15120
x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	

Portanto, a próxima pedra terá que ter o valor: $15.120 \times 8 = 120.960$

47.



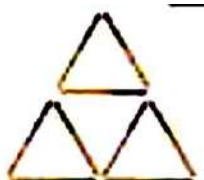
48.



49.



50.



CALENDÁRIOS

Calendário é um sistema para **contagem e agrupamento** de dias que visa atender, principalmente, às necessidades civis e religiosas de uma cultura. As unidades principais de agrupamento são o mês e o ano.



A **unidade básica** para a contagem do **tempo é o dia**, que corresponde ao período de tempo entre dois eventos equivalentes sucessivos: por exemplo, o intervalo de tempo entre duas ocorrências do nascer do Sol, que corresponde, em média (dia solar médio), a 24 horas.

O ano solar é o período de tempo decorrido para completar um ciclo de estações (primavera, verão, outono e inverno). O ano solar médio tem a duração de aproximadamente 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 47 segundos (365,2422 dias). Também é conhecido como ano trópico. A cada quatro anos, as horas extra acumuladas são reunidas no dia 29 de Fevereiro, formando o ano bissexto, ou seja, o ano com 366 dias.

Os calendários antigos baseavam-se em meses lunares (calendários lunares) ou no ano solar (calendário solar) para contagem do tempo.

Calendários podem definir outras unidades de tempo, como a semana, para o propósito de planejar atividades regulares que não se encaixam facilmente com meses ou anos. Calendários podem ser completos ou incompletos. Calendários completos oferecem um modo de nomear cada dia consecutivo, enquanto calendários incompletos não.

Tipos de Calendário

- **Lunar:** é aquele em que os dias são numerados dentro de cada ciclo das fases da lua. Como o comprimento do mês lunar não é nem mesmo uma fração do comprimento do ano trópico, um calendário

puramente lunar rapidamente desalinha-se das estações do ano, que não variam muito perto da linha do Equador.

- **Fiscal:** Um calendário fiscal (como um calendário 4-4-5) fixa para cada mês um determinado número de semanas, para facilitar as comparações de mês para mês e de ano para ano. Janeiro sempre tem exatamente 4 semanas (de domingo a sábado), fevereiro tem quatro semanas, março tem cinco semanas etc. Calendários fiscais também são usados pelas empresas. Neste caso o ano fiscal é apenas um conjunto qualquer de 12 meses. Este conjunto de 12 meses pode começar e terminar em qualquer ponto do calendário gregoriano. É o uso mais comum dos calendários fiscais.

- **Lunissolar:** Baseados no movimento da Lua e do Sol. Neste tipo de calendário, procura-se harmonizar a duração do ano solar com os ciclos mensais da lua através de ajustamentos periódicos. Assim os doze meses têm ao todo 354 dias e os dias que faltam para corresponder ao ciclo solar obtêm-se através da introdução periódica de um mês extra, o chamado 13º mês lunar.

Nosso calendário atual está baseado no antigo calendário romano, que era lunar. Como o período sinódico da Lua é de 29,5 dias, um mês tinha 29 dias e o outro 30 dias, o que totalizava 354 dias. Então a cada três anos era introduzido um mês a mais para completar os 365,25 dias por ano em média. Os anos no calendário romano eram chamados de a.u.c. (ab urbe condita), "a partir da fundação da cidade de Roma". Neste sistema, o dia 11 de janeiro de 2000 marcou o ano novo do 2753 a.u.c. A maneira de introduzir o 13º mês se tornou muito irregular, de forma que no ano 46 a.C. Júlio César, orientado pelo astrônomo alexandrino Sosígenes (90-? a.C.), reformou o calendário, introduzindo o Calendário Juliano, de doze meses, no qual a cada três anos de 365 dias seguia outro de 366 dias (ano bissexto). Assim, o ano juliano tem em média 365,25 dias. Para acertar o calendário com a primavera, foram adicionados 67 dias àquele ano e o primeiro dia do mês de março de 45 a.C., no calendário romano, foi chamado de 1 de janeiro no calendário Juliano. Este ano é chamado de Ano da Confusão. O ano juliano vigorou por 1600 anos.

Concluindo:

- 1 ano tem 365 a 366(bissexto) dias;
- 1 ano está dividido em 12 meses;
- 1 mês tem de 30 a 31 dias;
- 1 dia tem 24 horas

Tome nota:

- O calendário SEMPRE se repete em sua integralidade de 11 em 11 anos;
- Se o ano analisado não for bissexto, o primeiro e o último dia desse referido ano cairá no mesmo dia da semana (Ex.: se 01/jan/2011 for segunda-feira, então dia 31/dez/2011 também será segunda-feira);
- Se o ano analisado for bissexto, o último dia desse ano cairá no dia da semana subsequente ao do dia primeiro do ano (Ex.: se 01/jan/2012 for terça-feira, então o dia 31/dez/2012 será quarta-feira);
- Os anos bissextos **são** números múltiplos de 4. (Ex.: 2008,2012, 2016, são múltiplos de 4, pois da sua divisão por 4, obtemos um número exato: $2008/4 = 502$)

Questões

01 . (IBGE - CESGRANRIO) Depois de amanhã é segunda-feira, então, ontem foi

- (A) terça-feira.
- (B) quarta-feira.
- (C) quinta-feira.
- (D) sexta-feira.
- (E) sábado

02. (TRT 18 – Técnico Judiciário – Área Administrativa - FCC) A audiência do Sr. José estava marcada para uma segunda-feira. Como ele deixou de apresentar ao tribunal uma série de documentos, o juiz determinou que ela fosse remarcada para exatos 100 dias após a data original. A nova data da audiência do Sr. José cairá em uma

- (A) quinta-feira.
- (B) terça-feira.
- (C) sexta-feira.
- (D) quarta-feira.
- (E) segunda-feira.

03. (IF/RO – Administrador – Makiyama) A Terra leva, aproximadamente, 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 46 segundos para dar uma volta completa em torno do Sol. Por isso, nosso calendário, o gregoriano, tem 365 dias divididos em 12 meses. Assim, a cada 4 anos, um dia é acrescentado ao mês de fevereiro para compensar as horas que “sobram” e, então, tem-se um ano bissexto. Em um ano não bissexto, três meses consecutivos possuem exatamente 4 domingos cada um. Logo, podemos afirmar que:

- (A) Um desses meses é fevereiro.
- (B) Dois desses devem ter 30 dias.
- (C) Um desses meses deve ser julho ou agosto.
- (D) Um desses meses deve ser novembro ou dezembro.
- (E) Dois desses meses devem ter 31 dias.

04. (TRT/2ª Região – Técnico Judiciário – Área Administrativa - FCC) Um jogo eletrônico fornece, uma vez por dia, uma arma secreta que pode ser usada pelo jogador para aumentar suas chances de vitória. A arma é recebida mesmo nos dias em que o jogo não é acionado, podendo ficar acumulada. A tabela mostra a arma que é fornecida em cada dia da semana.

Dia da semana	Arma secreta fornecida pelo jogo
2 ^{as} , 4 ^{as} e 6 ^{as} feiras	Bomba colorida
3 ^{as} feiras	Doce listrado
5 ^{as} feiras	Bala de goma
Domingos	Rosquinha gigante

Considerando que o dia 1º de janeiro de 2014 foi uma 4ª feira e que tanto 2014 quanto 2015 são anos de 365 dias, o total de bombas coloridas que um jogador terá recebido no biênio formado pelos anos de 2014 e 2015 é igual a

- (A) 312.
- (B) 313.
- (C) 156.
- (D) 157.
- (E) 43.

05. (ALEPE – Analista Legislativo Especialidade Biblioteconomia - FCC) Ano bissexto é aquele em que acrescentamos 1 dia no mês de fevereiro, perfazendo no ano um total de 366 dias. São anos bissextos os múltiplos de 4, exceto os que também são múltiplos de 100 e simultaneamente não são múltiplos de 400. De acordo com essa definição, de 2014 até o ano 3000 teremos um total de anos bissextos igual a

- (A) 245.
- (B) 239.
- (C) 244.
- (D) 238.
- (E) 249.

06. (AGU - Administrador - IDECAN) Se o ano de 2012 começou em um domingo, então o dia 30 de dezembro de 2017 acontecerá em qual dia da semana?

- (A) Sábado.
- (B) Domingo.
- (C) Terça-Feira.
- (D) Quarta-Feira.
- (E) Segunda-Feira.

07. (AGU - Técnico em Contabilidade - IDECAN) Se o dia 3 de fevereiro de 2012 foi uma sexta-feira, então o dia 17 de setembro do referido ano aconteceu em qual dia da semana?

- (A) Terça-feira.
- (B) Sexta-feira.
- (C) Quarta-feira.
- (D) Quinta-feira.
- (E) Segunda-feira.

08. (PC/PI - Escrivão de Polícia Civil - UESPI) Se 01/01/2013 foi uma terça-feira, qual dia da semana foi 19/09/2013?

- (A) Quarta-feira.
- (B) Quinta-feira.
- (C) Sexta-feira.
- (D) Sábado.
- (E) Domingo.


Respostas

01. Resposta: D.

Vamos enumerar os dias para que possamos ter a verdadeira noção do dia que estamos e do dia que queremos. Temos a informação que Depois de amanhã é segunda e que precisamos saber o dia de ontem, no esquema abaixo temos uma maneira de visualizar melhor o que queremos:

Ontem	Hoje	Amanhã	Depois de Amanhã
			Segunda

Seguindo a sequência dos dias da semana, temos que enumera-los agora para trás:

Ontem	Hoje	Amanhã	Depois de Amanhã
Sexta	Sábado	Domingo	Segunda
			

Com isso concluímos que ontem é sexta-feira.

02. Resposta: D.

Vamos dividir os 100 dias pela quantidade de dias da semana(7) → $100 \text{ dias} / 7 = 14 \text{ semanas} + 2 \text{ dias}$. Obtemos 14 semanas e 2 dias (resto da divisão). Como após uma semana é segunda de novo, então após 14 semanas cairá em uma segunda, só que como tenho +2 dias, logo:

Segunda-feira + 2 dias = quarta-feira.

03. Resposta: A.

Se nos basearmos no calendário fiscal(4-4-5) chegamos à conclusão que a única alternativa certa é a que contém Fevereiro. Pois os meses de Janeiro e Fevereiro tem sempre 4 domingos os demais nada podemos dizer pois variam de acordo com o ano.

04. Resposta: B.

Sabe-se que a cada ano todos os dias da semana apresentam 52 dias iguais. O dia da semana em que o ano se inicia aparece por 53 vezes. Logo, se 2014 iniciou numa quarta-feira em 2014 teremos 53 quartas feiras, 52 segundas feiras e 52 sextas feiras.

O ano de 2015 se iniciará numa quinta-feira. Logo, teremos 52 quartas feiras, 52 segundas feiras e 52 sextas feiras.

Resumindo, teremos: $53 + (5 \times 52) = 53 + 260 = 313$.

05. Resposta: B.

Passo 1 :quantos anos temos:

O intervalo é do ano de 2014 a 3000. Logo:

Diferença = $3000 - 2014 + 1 = 986 + 1 = 987$ anos

Passo 2 :a cada 4 anos temos (teoricamente) 1 bissexto

Logo, Bissextos = $987 / 4 = \text{quociente } 246 \text{ e resto } 3$.

Teoricamente, teríamos 246 anos bissextos. Porém, pela própria regra colocada na questão, temos que eliminar os anos que são múltiplos de 100 e simultaneamente não são múltiplos de 400. Dessa lista, temos:

Eliminar = 2100 - 2200 - 2300 - 2500 - 2600 - 2700 - 2900 = 7 anos

Assim: Total = 246 - 7 = 239 anos bissextos

06. Resposta: A.

Questão fácil de resolver mas que se deve tomar muito cuidado.

Sabemos que se 2012 começou num domingo Porém, este é um ano bissexto, pois, 12 é múltiplo de 4. Logo, 2013 começará dois dias a mais, e será numa terça. Seguindo: 2014 começará numa quarta; 2015 começará numa quinta; 2016 começará numa sexta. Aqui, nova pausa: 2016 é bissexto. Então, 2017 começara num domingo. E vamos até 2018, que começará numa segunda.

Mas não queremos 2018 e sim dia 30 de dezembro de 2017. Basta, então, voltar 2 dias: sábado.

07. Resposta: E.

Se o dia 3 de fevereiro caiu numa sexta-feira calcularemos os dias que faltam para chegar até o dia 17 de setembro e determinar o que se pede.

Quantos dias faltam até chegar à data solicitada?

Fevereiro: 26 dias (porque é bissexto)

Março 31 dias

Abril 30 dias

Maior 31 dias

Junho 30 dias

Julho 31 dias

Agosto 31 dias

Setembro 17 dias

Logo, faltam 227 dias.

Vamos dividir este valor por 7 (número de dias da semana). Daria $227/7 = 32$ semanas (que repetirão este dia da semana). Mas, quantos dias ainda faltam?

Simple: $32 \cdot 7 = 224$ dias. Logo faltam mais três dias.

Devemos avançar três dias da semana. Logo, cairá na segunda feira.

08. Resposta: B.

Se 01/01/2013 foi uma terça feira, podemos determinar o dia da semana em que cairá 19/09/2013.

Basta fazermos as seguintes operações:

- determinar o número de dias entre estas datas:

Janeiro faltam mais 30 dias para acabar o mês.

Fevereiro 28

Março: 31

Abril 30

Maior 31

Junho 30

Julho 31

Agosto 31

Setembro 19

Logo, teremos um total de 261 dias.

- Dividiremos este número por 7 e veremos quantas semanas inteiras teríamos neste intervalo de dias: $261/7 = 37$ semanas e 2 dias.

Logo, 19/09/2013 cairá numa quinta-feira.



Compreensão do processo lógico que, a partir de um conjunto de hipóteses, conduz, de forma válida, a conclusões determinadas.

LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

A **argumentação** é a forma como utilizamos o raciocínio para convencer alguém de alguma coisa. A argumentação faz uso de vários tipos de raciocínio que são baseados em normas sólidas e argumentos aceitáveis.

A **lógica de argumentação** é também conhecida como **dedução formal** e é a principal ferramenta para o **raciocínio válido** de um **argumento**. Ela avalia **conclusões** que a argumentação pode tomar e avalia quais dessas conclusões são **válidas** e quais **são inválidas (falaciosas)**. O estudo das formas válidas de inferências de uma linguagem proposicional também faz parte da Teoria da argumentação.

Conceitos

Premissas (proposições): são afirmações que podem ser verdadeiras ou falsas. Com base nelas que os argumentos são compostos, ou melhor, elas possibilitam que o argumento seja aceito.

Inferência: é o processo a partir de uma ou mais premissas se chegar a novas proposições. Quando a inferência é dada como válida, significa que a nova proposição foi aceita, podendo ela ser utilizada em outras inferências.

Conclusão: é a proposição que contém o resultado final da inferência e que está alicerçada nas premissas. Para separa as premissas das conclusões utilizam-se expressões como “logo, ...”, “portanto, ...”, “por isso, ...”, entre outras.

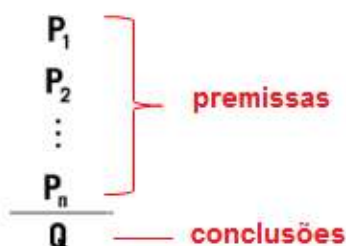
Sofisma: é um raciocínio falso com aspecto de verdadeiro.

Falácia: é um argumento inválido, sem fundamento ou tecnicamente falho na capacidade de provar aquilo que enuncia.

Silogismo: é um raciocínio composto de três proposições, dispostas de tal maneira que a conclusão é verdadeira e deriva logicamente das duas primeiras premissas, ou seja, a conclusão é a terceira premissa.

Argumento: é um conjunto finito de premissas – proposições –, sendo uma delas a consequência das demais. O argumento pode ser **dedutivo** (aquele que confere validade lógica à conclusão com base nas premissas que o antecedem) ou **indutivo** (aquele quando as premissas de um argumento se baseiam na conclusão, mas não implicam nela)

O argumento é uma fórmula constituída de premissas e conclusões (dois elementos fundamentais da argumentação).



Alguns exemplos de argumentos:

1)	
Todo homem é mortal	Premissas
João é homem	
<hr/>	
Logo, João é mortal	Conclusão

2)	Todo brasileiro é mortal	Premissas
	Todo paulista é brasileiro	Premissas
	Logo, todo paulista é mortal	Conclusão

3)	Se eu passar no concurso, então irei viajar	Premissas
	Passei no concurso	Premissas
	Logo, irei viajar	Conclusão

Todas as PREMISSAS tem uma CONCLUSÃO. Os exemplos acima são considerados silogismos.

Um argumento de **premissas** P1, P2, ..., Pn e de **conclusão** Q, indica-se por:

P1, P2, ..., Pn |----- Q

Argumentos Válidos

Um argumento é **VÁLIDO** (ou bem construído ou legítimo) quando a **conclusão** é VERDADEIRA (V), sempre que as premissas forem todas verdadeiras (V). Dizemos, também, que um argumento é válido quando a conclusão é uma consequência obrigatória das verdades de suas premissas. Ou seja:

A verdade das premissas é incompatível com a falsidade da conclusão.

Um **argumento válido** é denominado **tautologia** quando assumir, somente, valorações verdadeiras, independentemente dos valores assumidos por suas estruturas lógicas.

Argumentos Inválidos

Um argumento é dito **INVÁLIDO** (ou falácia, ou ilegítimo ou mal construído), quando as verdades das premissas são **insuficientes** para sustentar a verdade da conclusão.

Caso a conclusão seja falsa, decorrente das insuficiências geradas pelas verdades de suas premissas, tem-se como conclusão uma **contradição** (F).

Um argumento não válido diz-se um **SOFISMA**.

Os argumentos falaciosos podem ter validade emocional, íntima, psicológica, mas não validade lógica. É importante conhecer os tipos de falácia para evitar armadilhas lógicas na própria argumentação e para analisar a argumentação alheia.

- A **verdade** e a **falsidade** são propriedades das **proposições**.
- Já a **validade** e a **invalidade** são propriedades inerentes aos **argumentos**.
- Uma proposição pode ser considerada verdadeira ou falsa, mas nunca válida e inválida.
- **Não** é possível ter uma **conclusão falsa** se as **premissas são verdadeiras**.
- A validade de um argumento depende exclusivamente da relação existente entre as premissas e conclusões.

Crítérios de Validade de um argumento

Pelo teorema temos:

Um argumento P1, P2, ..., Pn |----- Q é **VÁLIDO** se e somente se a condicional:
(P1 ^ P2 ^ ... ^ Pn) → Q é **tautológica**.

Métodos para testar a validade dos argumentos

Estes métodos nos permitem, por dedução (ou inferência), atribuímos valores lógicos as premissas de um argumento para determinarmos uma conclusão verdadeira.

Também podemos utilizar diagramas lógicos caso sejam estruturas categóricas (frases formadas pelas palavras ou quantificadores: todo, algum e nenhum).

Os métodos consistem em:

1) Atribuição de valores lógicos: o método consiste na **dedução dos valores lógicos** das premissas de um argumento, a partir de um “**ponto de referência inicial**” que, geralmente, será representado pelo valor lógico de uma premissa formada por uma proposição simples. Lembramos que, para que um argumento seja válido, partiremos do pressuposto que todas as **premissas** que compõem esse argumento são, na totalidade, **verdadeiras**.

Para dedução dos valores lógicos, utilizaremos **como auxílio** a **tabela-verdade** dos conectivos.

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \vee \sim q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F	V	V

Exemplo

Sejam as seguintes premissas:

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.

P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.

P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.

P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.

Se todos os argumentos (P1,P2,P3 e P4) forem válidos, então todas premissas que compõem o argumento são necessariamente verdadeiras (V). E portanto pela **premissa simples** P4: “a rainha **fica** na masmorra”; por ser uma **proposição simples e verdadeira**, servirá de “**referencial inicial**” para a dedução dos valores lógicos das demais proposições que, também, compõem esse argumento. Teremos com isso então:

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.

P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.

P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.

P4: Ora, a rainha fica na masmorra.

(1º) V

Já sabemos que a premissa simples “a rainha **fica** na masmorra” é verdadeira, portanto, tal valor lógico confirmará como verdade a 1ª parte da condicional da premissa P3 (1º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.

P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.

P3: **Se** a rainha fica na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.

(2º) V

P4: Ora, a rainha fica na masmorra.

(1º) V

Lembramos que, se a 1ª parte de uma condicional for verdadeira, implicará que a 2ª parte também deverá ser verdadeira (2º passo), já que a verdade implica outra verdade (vide a tabela-verdade da condicional). Assim teremos como valor lógico da premissa uma verdade (V).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.

P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.

P3: **Se** a rainha fica na masmorra, **então** o bárbaro usa a espada.

(2º) V

(3º) V

P4: Ora, a rainha fica na masmorra.

(1º) V

Confirmando-se a proposição simples “o bárbaro usa a espada” como verdadeira (3º passo), logo, a 1ª parte da disjunção simples da premissa P1, “o bárbaro não usa a espada”, será falsa (4º passo).

- P1: O bárbaro não usa a espada ou o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F
- P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
- P3: **Se** a rainha fica na masmorra, **então** o bárbaro usa a espada.
(2º) V (3º) V
- P4: Ora, a rainha fica na masmorra.
(1º) V

Como a premissa P1 é formada por uma disjunção simples, lembramos que ela será verdadeira, se pelo menos uma de suas partes for verdadeira. Sabendo-se que sua 1ª parte é falsa, logo, a 2ª parte deverá ser, necessariamente, verdadeira (5º passo).

- P1: O bárbaro não usa a espada ou o príncipe não foge a cavalo.
(4º) F (5º) V
- P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
- P3: **Se** a rainha fica na masmorra, **então** o bárbaro usa a espada.
(2º) V (3º) V
- P4: Ora, a rainha fica na masmorra.
(1º) V

Ao confirmarmos como verdadeira a proposição simples “o príncipe não foge a cavalo”, então, devemos confirmar como falsa a 2ª parte da condicional “o príncipe foge a cavalo” da premissa P2 (6º passo).

- P1: O bárbaro não usa a espada ou o príncipe não foge a cavalo.
(4º) F (5º) V
- P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe foge a cavalo.
(6º) F
- P3: **Se** a rainha fica na masmorra, **então** o bárbaro usa a espada.
(2º) V (3º) V
- P4: Ora, a rainha fica na masmorra.
(1º) V

E, por último, ao confirmar a 2ª parte de uma condicional como falsa, devemos confirmar, também, sua 1ª parte como falsa (7º passo).

- P1: O bárbaro não usa a espada ou o príncipe não foge a cavalo.
(4º) F (5º) V
- P2: **Se** o rei fica nervoso, **então** o príncipe foge a cavalo.
(7º) F (6º) F
- P3: **Se** a rainha fica na masmorra, **então** o bárbaro usa a espada.
(2º) V (3º) V
- P4: Ora, a rainha fica na masmorra.
(1º) V

Através da análise das premissas e atribuindo os seus valores lógicos chegamos as seguintes conclusões:

- A rainha fica na masmorra;
- O bárbaro usa a espada;
- O rei **não** fica nervoso;
- o príncipe **não** foge a cavalo.

Observe que onde as proposições são falsas (F) utilizamos o **não** para ter o seu correspondente como válido, expressando uma conclusão verdadeira.

Caso o argumento não possua uma proposição simples “ponto de referência inicial”, devem-se iniciar as deduções pela conjunção, e, caso não exista tal conjunção, pela disjunção exclusiva ou pela bicondicional, caso existam.

2) Método da Tabela – Verdade: para resolvermos temos que levar em considerações dois casos.

1º caso: quando o argumento é representado por uma fórmula argumentativa.

Exemplo

$$A \rightarrow B \quad \sim A = \sim B$$

Para resolver vamos montar uma tabela dispondo todas as proposições, as premissas e as conclusões afim de chegarmos a validade do argumento.

$A \rightarrow B$ $\sim A$ <hr/> $\sim B$	Casos possíveis		Premissas		Conclusão
	A	B	$A \rightarrow B$	$\sim A$	$\sim B$
[1]	V	V	V	F	F
[2]	V	F	F	F	V
*[3]	F	V	V	V	F
[4]	F	F	V	V	V

(Fonte: <http://www.marilia.unesp.br>)

O caso onde as premissas **são verdadeiras e a conclusão é falsa** esta sinalizada na tabela acima pelo asterisco. Observe também, na linha 4, que as premissas são verdadeiras e a conclusão é verdadeira. Chegamos através dessa análise que o argumento **não é válido**.

2º caso: quando o argumento é representado por uma sequência lógica de premissas, sendo a última sua conclusão, e é questionada a sua validade.

Exemplo:

“Se leio, então entendo. Se entendo, então não compreendo. Logo, compreendo.”

P1: **Se** leio, **então** entendo.

P2: **Se** entendo, **então não** compreendo.

C: Compreendo.

Se o argumento acima for **válido**, então, teremos a seguinte estrutura lógica (fórmula) representativa desse argumento:

$$P1 \wedge P2 \rightarrow C$$

Representando inicialmente as proposições primitivas “leio”, “entendo” e “compreendo”, respectivamente, por “p”, “q” e “r”, teremos a seguinte fórmula argumentativa:

P1: $p \rightarrow q$

P2: $q \rightarrow \sim r$

C: r

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim r)] \rightarrow r \text{ ou}$$

$$\frac{p \rightarrow q}{q \rightarrow \sim r} \\ r$$

Montando a tabela verdade temos (vamos montar o passo a passo):

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	q)	^	(q	→	~r)]	→	r
V	V	V		V		F		V
V	V	V		V		V		F
V	F	F		F		F		V
V	F	F		F		V		F
F	V	V		V		F		V
F	V	V		V		V		F
F	V	F		F		F		V
F	V	F		F		V		F
1º	2º	1º		1º		1º		1º

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	q)	^	(q	→	~r)]	→	r
V	V	V		V	F	F		V
V	V	V		V	V	V		F
V	F	F		F	V	F		V
V	F	F		F	V	V		F
F	V	V		V	F	F		V
F	V	V		V	V	V		F
F	V	F		F	V	F		V
F	V	F		F	V	V		F
1º	2º	1º		1º	3º	1º		1º

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	q)	^	(q	→	~r)]	→	r
V	V	V	F	V	F	F		V
V	V	V	V	V	V	V		F
V	F	F	F	F	V	F		V
V	F	F	F	F	V	V		F
F	V	V	F	V	F	F		V
F	V	V	V	V	V	V		F
F	V	F	V	F	V	F		V
F	V	F	V	F	V	V		F
1º	2º	1º	4º	1º	3º	1º		1º

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

[(p	→	q)	^	(q	→	~r)]	→	r
V	V	V	F	V	F	F	V	V
V	V	V	V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	F	F
F	V	F	V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F	F
1º	2º	1º	4º	1º	3º	1º	5º	1º

Sendo a solução (observado na 5ª resolução) uma contingência (possui valores verdadeiros e falsos), logo, esse argumento **não é válido**. Podemos chamar esse argumento de sofisma embora tenha premissas e conclusões verdadeiras.

Implicações tautológicas: a utilização da tabela verdade em alguns casos torna-se muito trabalhoso, principalmente quando o número de proposições simples que compõe o argumento é muito grande, então vamos aqui ver outros métodos que vão ajudar a provar a validade dos argumentos.

3.1 - Método da adição (AD)

$$\frac{p}{p \vee q} \text{ ou } p \rightarrow (p \vee q)$$

3.2 - Método da adição (SIMP)

1º caso:

$$\frac{p \wedge q}{p} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow p$$

2º caso:

$$\frac{p \wedge q}{p} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow q$$

3.3 - Método da conjunção (CONJ)

1º caso:

$$\frac{p}{p \wedge q} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$$

2º caso:

$$\frac{q}{q \wedge p} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$$

3.4 - Método da absorção (ABS)

$$\frac{p \rightarrow q}{p \rightarrow (p \wedge q)} \text{ ou } (p \rightarrow q) \rightarrow [p \rightarrow p \wedge q]$$

3.5 – Modus Ponens (MP)

$$\frac{p \rightarrow q}{p} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

3.6 – Modus Tollens (MT)

$$\frac{p \rightarrow q}{\sim p} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

3.7 – Dilema construtivo (DC)

$$\frac{p \rightarrow q}{q \vee s} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee s)$$

3.8 – Dilema destrutivo (DD)

$$\frac{\sim q \vee \sim s}{\sim p \vee \sim r} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s)] \rightarrow (\sim p \vee \sim r)$$

3.9 – Silogismo disjuntivo (SD)

1º caso:

$$\frac{p \vee q}{q} \text{ ou } [(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

2º caso:

$$\frac{p \vee q}{\sim q} \text{ ou } [(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

3.10 – Silogismo hipotético (SH)

$$\frac{p \rightarrow q}{q \rightarrow r} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

3.11 – Exportação e importação.

1º caso: Exportação

$$\frac{(p \wedge q) \rightarrow r}{p \rightarrow (q \rightarrow r)} \text{ ou } [(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

2º caso: Importação

$$\frac{p \rightarrow (q \rightarrow r)}{(p \wedge q) \rightarrow r} \text{ ou } [p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$$

Produto lógico de condicionais: este produto consiste na dedução de uma **condicional conclusiva** – que será a conclusão do argumento –, decorrente ou **resultante de várias outras premissas formadas por, apenas, condicionais.**

Ao efetuar o produto lógico, eliminam-se as proposições simples iguais que se localizam em partes opostas das condicionais que formam a premissa do argumento, resultando em uma condicional denominada condicional conclusiva. Vejamos o exemplo:

$$\begin{array}{l} \times \left\{ \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ r \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{array} \right. \\ \hline p \rightarrow t \\ \text{condicional} \\ \text{conclusiva} \end{array}$$

Nós podemos aplicar a soma lógica em alguns casos, como por exemplo:

1º caso - quando a condicional conclusiva é formada pelas proposições simples que aparecem apenas uma vez no conjunto das premissas do argumento.

Exemplo

Dado o argumento: **Se** chove, **então** faz frio. **Se** neva, **então** chove. **Se** faz frio, **então** há nuvens no céu. **Se** há nuvens no céu, **então** o dia está claro.

Temos então o argumento formado pelas seguintes premissas:

P1: Se chove, então faz frio.

P2: Se neva, então chove.

P3: Se faz frio, então há nuvens no céu.

P4: Se há nuvens no céu, então o dia está claro.

Vamos denotar as proposições simples:

p: chover
q: fazer frio
r: nevar
s: existir nuvens no céu
t: o dia está claro
Montando o produto lógico teremos:

$$x \begin{cases} p \rightarrow q \\ r \rightarrow p \\ q \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} \cancel{p} \rightarrow q \\ r \rightarrow \cancel{p} \\ q \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} r \rightarrow q \\ q \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} r \rightarrow \cancel{q} \\ \cancel{q} \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} r \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} r \rightarrow \cancel{s} \\ \cancel{s} \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow r \rightarrow t$$

Conclusão: “Se neva, então o dia está claro”.

Observe que: As proposições simples “nevar” e “o dia está claro” só apareceram uma vez no conjunto de premissas do argumento anterior.

2º caso - quando a condicional conclusiva é formada por, **apenas**, uma proposição simples que aparece em ambas as partes da condicional conclusiva, sendo uma a negação da outra. As demais proposições simples são eliminadas pelo processo natural do produto lógico.

Neste caso, na condicional conclusiva, a 1ª parte deverá necessariamente ser FALSA, e a 2ª parte, necessariamente VERDADEIRA.

Tome Nota:

Nos dois casos anteriores, pode-se utilizar o recurso de **equivalência da contrapositiva (contraposição)** de uma condicional, para que ocorram os devidos reajustes entre as proposições simples de uma determinada condicional que resulte no produto lógico desejado.

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$$

Exemplo

Seja o argumento: **Se Ana trabalha, então Beto não estuda. Se Carlos não viaja, então Beto não estuda. Se Carlos viaja, Ana trabalha.**

Temos então o argumento formado pelas seguintes premissas:

- P1: Se Ana trabalha, então Beto não estuda.
- P2: Se Carlos não viaja, então Beto não estuda.
- P3: Se Carlos viaja, Ana trabalha.

Denotando as proposições simples teremos:

p: Ana trabalha
q: Beto estuda
r: Carlos viaja

Montando o produto lógico teremos:

$$\begin{cases} p \rightarrow \sim q \\ \sim r \rightarrow \sim q \\ r \rightarrow p \end{cases} \text{ (aplicando a contrapositiva)} \Rightarrow x \begin{cases} \cancel{p} \rightarrow \sim q \\ q \rightarrow r \\ r \rightarrow \cancel{p} \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} \cancel{r} \rightarrow \sim q \\ q \rightarrow \cancel{r} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{q}_F \rightarrow \underbrace{\sim q}_V$$

Conclusão: “Beto não estuda”.

Referências

ALENCAR FILHO, Edgar de – *Iniciação a lógica matemática* – São Paulo: Nobel – 2002.
CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - *Raciocínio lógico passo a passo* – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

Questões

01. (Pref. Tanguá/RJ- Fiscal de Tributos – MS CONCURSOS/2017) Qual das seguintes sentenças é classificada como uma proposição simples?

- (A) Será que vou ser aprovado no concurso?
- (B) Ele é goleiro do Bangu.
- (C) João fez 18 anos e não tirou carta de motorista.
- (D) Bashar al-Assad é presidente dos Estados Unidos.

02. (IF/PA- Auxiliar de Assuntos Educacionais – IF/PA) Qual sentença a seguir é considerada uma proposição?

- (A) O copo de plástico.
- (B) Feliz Natal!
- (C) Pegue suas coisas.
- (D) Onde está o livro?
- (E) Francisco não tomou o remédio.

03. (Cespe/UNB) Na lista de frases apresentadas a seguir:

- “A frase dentro destas aspas é uma mentira.”
- A expressão $x + y$ é positiva.
- O valor de $\sqrt{4} + 3 = 7$.
- Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.
- O que é isto?

Há exatamente:

- (A) uma proposição;
- (B) duas proposições;
- (C) três proposições;
- (D) quatro proposições;
- (E) todas são proposições.

04. (DPU – Agente Administrativo – CESPE) Considere que as seguintes proposições sejam verdadeiras.

- Quando chove, Maria não vai ao cinema.
- Quando Cláudio fica em casa, Maria vai ao cinema.
- Quando Cláudio sai de casa, não faz frio.
- Quando Fernando está estudando, não chove.
- Durante a noite, faz frio.

Tendo como referência as proposições apresentadas, julgue o item subsecutivo.

Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.

() Certo () Errado

05. (STJ – Conhecimentos Gerais para o cargo 17 – CESPE) Mariana é uma estudante que tem grande apreço pela matemática, apesar de achar essa uma área muito difícil. Sempre que tem tempo suficiente para estudar, Mariana é aprovada nas disciplinas de matemática que cursa na faculdade. Neste semestre, Mariana está cursando a disciplina chamada Introdução à Matemática Aplicada. No entanto, ela não tem tempo suficiente para estudar e não será aprovada nessa disciplina.

A partir das informações apresentadas nessa situação hipotética, julgue o item a seguir, acerca das estruturas lógicas.

Considerando-se as seguintes proposições:

p: “Se Mariana aprende o conteúdo de Cálculo 1, então ela aprende o conteúdo de Química Geral”;

q: “Se Mariana aprende o conteúdo de Química Geral, então ela é aprovada em Química Geral”;

c: “Mariana foi aprovada em Química Geral”, é correto afirmar que o argumento formado pelas premissas p e q e pela conclusão c é um argumento válido.

() Certo () Errado

06. (Petrobras – Técnico (a) de Exploração de Petróleo Júnior – Informática – CESGRANRIO) Se Esmeralda é uma fada, então Bongrado é um elfo. Se Bongrado é um elfo, então Monarca é um centauro. Se Monarca é um centauro, então Tristeza é uma bruxa.

Ora, sabe-se que Tristeza não é uma bruxa, logo

- (A) Esmeralda é uma fada, e Bongrado não é um elfo.
- (B) Esmeralda não é uma fada, e Monarca não é um centauro.
- (C) Bongrado é um elfo, e Monarca é um centauro.
- (D) Bongrado é um elfo, e Esmeralda é uma fada
- (E) Monarca é um centauro, e Bongrado não é um elfo.

01. Resposta: D.

Analisando as alternativas temos:

- (A) Frases interrogativas não são consideradas proposições.
- (B) O sujeito aqui é indeterminado, logo não podemos definir quem é ele.
- (C) Trata-se de uma proposição composta
- (D) É uma frase declarativa onde podemos identificar o sujeito da frase e atribuir a mesma um valor lógico.

02. Resposta: E.

Analisando as alternativas temos:

- (A) Não é uma oração composta de sujeito e predicado.
- (B) É uma frase imperativa/exclamativa, logo não é proposição.
- (C) É uma frase que expressa ordem, logo não é proposição.
- (D) É uma frase interrogativa.
- (E) Composta de sujeito e predicado, é uma frase declarativa e podemos atribuir a ela valores lógicos.

03. Resposta: B.

Analisemos cada alternativa:

- (A) “A frase dentro destas aspas é uma mentira”, não podemos atribuir valores lógicos a ela, logo não é uma sentença lógica.
- (B) A expressão $x + y$ é positiva, não temos como atribuir valores lógicos, logo não é sentença lógica.
- (C) O valor de $\sqrt{4} + 3 = 7$; é uma sentença lógica pois podemos atribuir valores lógicos, independente do resultado que tenhamos
- (D) Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira, também podemos atribuir valores lógicos (não estamos considerando a quantidade certa de gols, apenas se podemos atribuir um valor de V ou F a sentença).
- (E) O que é isto? - como vemos não podemos atribuir valores lógicos por se tratar de uma frase interrogativa.

04. Resposta: Errado.

A questão trata-se de lógica de argumentação, dadas as premissas chegamos a uma conclusão.

Enumerando as premissas:

- A = Chove
- B = Maria vai ao cinema
- C = Cláudio fica em casa
- D = Faz frio
- E = Fernando está estudando
- F = É noite

A argumentação parte que a conclusão deve ser (V)

Lembramos a tabela verdade da condicional:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A condicional só será F quando a 1ª for verdadeira e a 2ª falsa, utilizando isso temos:

O que se quer saber é: **Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.** // $B \rightarrow \sim E$

Iniciando temos:

4º - Quando chove (F), Maria não vai ao cinema. (F) // $A \rightarrow \sim B = V$ – para que o argumento seja válido temos que *Quando chove* tem que ser F.

3º - Quando Cláudio fica em casa (V), Maria vai ao cinema (V). // $C \rightarrow B = V$ - para que o argumento seja válido temos que *Maria vai ao cinema* tem que ser V.

2º - Quando Cláudio sai de casa(F), não faz frio (F). // $\sim C \rightarrow \sim D = V$ - para que o argumento seja válido temos que *Quando Cláudio sai de casa* tem que ser F.

5º - Quando Fernando está estudando (**V ou F**), não chove (V). // $E \rightarrow \sim A = V$. - neste caso *Quando Fernando está estudando* pode ser V ou F.

1º- Durante a noite(V), faz frio (V). // $F \rightarrow D = V$

Logo nada podemos afirmar sobre a afirmação: **Se Maria foi ao cinema (V), então Fernando estava estudando (V ou F)**; pois temos dois valores lógicos para chegarmos à conclusão (V ou F).

05. Resposta: Errado.

Se o argumento acima for **válido**, então, teremos a seguinte estrutura lógica (fórmula) representativa desse argumento:

$$P1 \wedge P2 \rightarrow C$$

Organizando e resolvendo, temos:

A: Mariana aprende o conteúdo de Cálculo 1

B: Mariana aprende o conteúdo de Química Geral

C: Mariana é aprovada em Química Geral

Argumento: $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \Rightarrow C$

Vamos ver se há a possibilidade de a conclusão ser falsa e as premissas serem verdadeiras, para sabermos se o argumento é válido:

Testando C para falso:

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)$

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow F)$

Para obtermos um resultado V da 2º premissa, logo B têm que ser F:

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow F)$

$(A \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow F)$

$(F \rightarrow F) \wedge (V)$

Para que a primeira premissa seja verdadeira, é preciso que o "A" seja falso:

$(A \rightarrow F) \wedge (V)$

$(F \rightarrow F) \wedge (V)$

$(V) \wedge (V)$

(V)

Então, é possível que o conjunto de premissas seja verdadeiro e a conclusão seja falsa ao mesmo tempo, o que nos leva a concluir que esse argumento não é válido.

06. Resposta: B.

Vamos analisar cada frase partindo da afirmativa Tristeza não é bruxa, considerando ela como (V), precisamos ter como conclusão o valor lógico (V), então:

(4) Se Esmeralda é uma fada(F), então Bongrado é um elfo (F) $\rightarrow V$

(3) Se Bongrado é um elfo (F), então Monarca é um centauro (F) $\rightarrow V$

(2) Se Monarca é um centauro(F), então Tristeza é uma bruxa(F) $\rightarrow V$

(1) Tristeza não é uma bruxa (V)

Logo:

Temos que:

Esmeralda não é fada(V)

Bongrado não é elfo (V)

Monarca não é um centauro (V)

Como a conclusão parte da conjunção, o mesmo só será verdadeiro quando todas as afirmativas forem verdadeiras, logo, a única que contém esse valor lógico é:

Esmeralda não é uma fada, e Monarca não é um centauro.